17. $\vec{r} = (3\,t^2 + 1)\,\vec{i} + 2\,t\,\vec{j}$

a) Demagun bi aldiune oso hurbil ditugula, t eta $t + \Delta t$, eta kalkula dezagun haien arteko batez besteko abiadura:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}\,(t + \Delta t) - \vec{r}\,(t)}{\Delta t} = \frac{[(3\,(t + \Delta t)^2 + 1)\,\vec{i} + 2\,(t + \Delta t)\,\vec{j}] - [(3\,t^2 + 1)\,\vec{i} + 2\,t\,\vec{j}]}{\Delta t} =$$

$$= \frac{3\,t^2\,\vec{i} + 6\,t\,\Delta t\,\vec{i} + 3\,(\Delta t)^2\,\vec{i} + 1\,\vec{i} + 2\,t\,\vec{j} + 2\,\Delta t\,\vec{j} - 3\,t^2\,\vec{i} - 1\,\vec{i} - 2\,t\,\vec{j}}{\Delta t} = \frac{6\,t\,\Delta t\,\vec{i} + 3\,(\Delta t)^2\,\vec{i} + 2\,\Delta t\,\vec{j}}{\Delta t} =$$

$$= 6\,t\,\vec{i} + 3\,\Delta t\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$$

Dena den, denbora-tarteak oso txikia izan behar duenez ($\Delta t \rightarrow 0$), aldiuneko abiadura bektorea honako hau izango da:

$$\vec{v} = 6\,t\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$$

b) $\vec{v}\,(2{,}5\text{ s}) = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 2{,}5\,\cancel{\text{s}}\,\vec{i} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\vec{j} = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\vec{i} + 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,\vec{j} = (15\,\vec{i} + 2\,\vec{j})\text{ m/s}$

$$|\vec{v}\,(2{,}5\text{ s})| = \sqrt{(15\text{ m/s})^2 + (2\text{ m/s})^2} = \sqrt{229}\text{ m/s} = 15{,}1\text{ m/s}$$

BATEZ BESTEKO AZELERAZIOA ETA ALDIUNEKO AZELERAZIOA

18. $\vec{a}_m = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} = \dfrac{(4\,\vec{i} + 10\,\vec{j})\text{ m/s} - (-2\,\vec{i} - 2\,\vec{j})\text{ m/s}}{2\text{ s} - 0\text{ s}} =$

$$= \frac{(6\,\vec{i} + 12\,\vec{j})\text{ m/s}}{2\text{ s}} = (3\,\vec{i} + 6\,\vec{j})\text{ m/s}^2$$

Azelerazioa $(3\,\vec{i} + 6\,\vec{j})$ m/s²-koa da, eta haren modulua, honako hau:

$$|\vec{a}_m| = \sqrt{3^2 + 6^2}\text{ m/s}^2 = 6{,}7\text{ m/s}^2$$

19. $\vec{v} = 8\,t\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$

$\vec{v}\,(1\text{ s}) = 8 \cdot 1\,\vec{i} + 3\,\vec{j} = 8\text{ m/s}\,\vec{i} + 3\text{ m/s}\,\vec{j}$

$\vec{v}\,(3\text{ s}) = 8 \cdot 3\,\vec{i} + 3\,\vec{j} = 24\text{ m/s}\,\vec{i} + 3\text{ m/s}\,\vec{j}$

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(3\text{ s}) - \vec{v}(1\text{ s})}{3\text{ s} - 1\text{ s}} = \frac{(24\vec{i} + 3\vec{j})\text{m/s} - (8\vec{i} + 3\vec{j})\text{m/s}}{2\text{ s}} =$$

$= 8\,\vec{i}\text{ m/s}^2 \qquad |\vec{a}_m| = 8\text{ m/s}^2$

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}\,(3\text{ s}) - \vec{v}\,(1\text{ s})}{3\text{ s} - 1\text{ s}} =$$

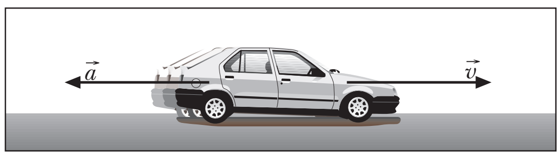
$$= \frac{(24\text{ m/s}\,\vec{i} + 3\text{ m/s}\,\vec{j}) - (8\text{ m/s}\,\vec{i} + 3\text{ m/s}\,\vec{j})}{2\text{ s}}$$

$\vec{a}_m = 8\,\vec{i}\text{ m/s}^2$

$|\vec{a}_m| = 8\text{ m/s}^2$

20. Bai. Higikaria balaztatzen ari denean, azelerazioak eta abiadurak aurkako zeinua dute.

— Adibidez: automobil bat eskuinerantz higitzen ari dela, gidaria balaztatzen hasi da, autoa gelditzeko.



21. $\vec{r}\,(t) = t^2\,\vec{i} - 3\,t^2\,\vec{j}$

Lehenik, aldiuneko abiadura bektorea kalkulatuko dugu.

Demagun bi aldiune oso hurbil ditugula, t eta $t + \Delta\,t$, eta kalkula dezagun zenbatekoa den batez besteko abiadura haien artean:

$$\vec{v}\,(t) = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta\,t} = \frac{\vec{r}\,(t+\Delta\,t) - \vec{r}\,(t)}{\Delta\,t} = \frac{[(t+\Delta\,t)^2\,\vec{i} - 3\,(t+\Delta\,t)^2\,\vec{j}] - [t^2\,\vec{i} - 3\,t^2\,\vec{j}]}{\Delta\,t} =$$

$$= \frac{\cancel{t^2\,\vec{i}} + 2\,t\,\Delta\,t\,\vec{i} + (\Delta\,t)^2\,\vec{i} - \cancel{3\,t^2\,\vec{j}} - 6\,t\,\Delta\,t\,\vec{j} - 3\,(\Delta\,t)^2\,\vec{j} - \cancel{t^2\,\vec{i}} + \cancel{3\,t^2\,\vec{j}}}{\Delta\,t} =$$

$$= \frac{2\,t\,\Delta\,t\,\vec{i} + (\Delta\,t)^2\,\vec{i} - 6\,t\,\Delta\,t\,\vec{j} - 3\,(\Delta\,t)^2\,\vec{j}}{\Delta\,t} = 2\,t\,\vec{i} + \Delta\,t\,\vec{i} - 6\,t\,\vec{j} - 3\,\Delta\,t\,\vec{j}$$

Aukeratu ditugun bi aldiuneak oso hurbilak direnez ($\Delta\,t \rightarrow 0$), abiadura bektorearen balioa honako hau izango da: $\vec{v}\,(t) = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t\,\vec{i} - 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t\,\vec{j}$.

Jarraian, aldiuneko azelerazio bektorea kalkulatuko dugu.

Bi aldiune oso hurbilen arteko, t eta $t + \Delta\,t$, batez besteko azelerazioa kalkulatuko dugu.

$$\vec{a}\,(t) = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta\,t} = \frac{\vec{v}\,(t+\Delta\,t) - \vec{v}\,(t)}{\Delta\,t} = \frac{[2\,(t+\Delta\,t)\,\vec{i} - 6\,(t+\Delta\,t)\,\vec{j}] - [2\,t\,\vec{i} - 6\,t\,\vec{j}]}{\Delta\,t} =$$

$$= \frac{2\,t\,\vec{i} + 2\,\Delta\,t\,\vec{i} - 6\,t\,\vec{j} - 6\,\Delta\,t\,\vec{j} - 2\,t\,\vec{i} + 6\,t\,\vec{j}}{\Delta\,t} = (2\,\vec{i} - 6\,\vec{j})\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Hau da, $\vec{a} = 2\ \text{m/s}^2\,\vec{i} - 6\ \text{m/s}^2\,\vec{j} = (2\,\vec{i} - 6\,\vec{j})\ \text{m/s}^2$

$$\vec{a}\,(1\ \text{s}) = 2\ \text{m/s}^2\,\vec{i} - 6\ \text{m/s}^2\,\vec{j}$$

$$|\vec{a}\,(1\ \text{s})| = \sqrt{(2\ \text{m/s}^2)^2 + (-6\ \text{m/s}^2)^2} = \sqrt{40}\ \text{m/s}^2 = 6{,}3\ \text{m/s}^2$$

22. Ez dago azelerazio tangentzialik. Izan ere, azelerazio tangentziala abiaduraren modulua aldatzen denean baizik ez da egoten.

Bai, badago azelerazio normala, abiaduraren norabidea aldatu delako.

23. $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(5\ \text{m/s})^2}{15\ \text{m}} = 1{,}7\ \text{m/s}^2$

24. $v\,(t) = 7\,t$

a) Har ditzagun t aldiune bat eta horretatik oso hurbil dagoen beste bat: $t + \Delta\,t$.

$$a_t = \frac{\Delta\,v}{\Delta\,t} = \frac{v\,(t+\Delta\,t) - v\,(t)}{\Delta\,t} =$$

$$= \frac{7\,(t+\Delta\,t) - 7\,t}{\Delta\,t} = 7\ \text{m/s}^2$$

b) $v\,(6\ \text{s}) = 7 \cdot 6 = 42\ \text{m/s}$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(42\ \text{m/s})^2}{1\,000\ \text{m}} = 1{,}76\ \text{m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(7\ \text{m/s}^2)^2 + (1{,}76\ \text{m/s}^2)^2} =$$

$$= 7{,}2\ \text{m/s}^2$$