2. *a)* 1., 3. eta 5. tarteetan, abiadura uniformeki aldatu da denbora pasatu ahala; beraz, HZUA izan da.

2. eta 4. tarteetan abiadura konstantea izan da; HZU motakoa izan da.

b) 1. tartea:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{40\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{ s} - 0\text{ s}} = 4\text{ m/s}^2$$

2. tartea:

$a = 0\text{ m/s}^2$, HZUa delako.

3. tartea:

$$a = \frac{20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{25\text{ s} - 20\text{ s}} = -4\text{ m/s}^2$$

4. tartea:

$a = 0\text{ m/s}^2$, HZUa delako.

5. tartea:

$$a = \frac{0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{40\text{ s} - 35\text{ s}} = -4\text{ m/s}^2$$

c) 1. tartea:

$$\Delta x_1 = v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a(t - t_0)^2$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(10\text{ s} - 0\text{ s})^2 = 200\text{ m}$$

2. tartea:

$$\Delta x_2 = v_0\,(t - t_0) = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,(20\text{ s} - 10\text{ s}) = 400\text{ m}$$

3. tartea:

$$\Delta x_3 = v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a(t - t_0)^2$$

$$\Delta x_3 = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,(25\text{ s} - 20\text{ s}) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(-4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(25\text{ s} - 20\text{ s})^2 = 150\text{ m}$$

4. tartea:

$$\Delta x_4 = v_0\,(t - t_0) = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,(35\text{ s} - 25\text{ s}) = 200\text{ m}$$

5. tartea:

$$\Delta x_5 = v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a(t - t_0)^2$$

$$\Delta x_5 = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,(40\text{ s} - 35\text{ s}) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(-4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(40\text{ s} - 35\text{ s})^2 = 50\text{ m}$$

3. Datuak: $v_0 = 200\text{ m/s}$; $\alpha = 45°$; $t_0 = 0\text{ s}$; $x = 565\text{ m}$

$$v_{0\,x} = v_0 \cos\alpha = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cos 45° = 141{,}42\text{ m/s}$$

$$v_{0\,y} = v_0 \sin\alpha = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\sin 45° = 141{,}42\text{ m/s}$$

Jaurtiketa-puntutik 565 m-ra dagoenean, pilota zer altueratan dagoen kalkulatuko dugu.

Horretarako, hori zer aldiunetan gertatzen den kalkulatuko dugu lehenik:

$$x = v_{0\,x}\,t \;;\; t = \frac{x}{v_{0\,x}}$$

$$t = \frac{565\,\cancel{\text{m}}}{141{,}42\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 4\text{ s}$$

Ondoren, aldiune horri dagokion altuera kalkulatuko dugu:

$$y = y_0 + v_{0\,y}(t - t_0) - \frac{1}{2}\,g(t - t_0)^2$$

$$y = 141{,}42\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 4\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(4\,\cancel{\text{s}})^2 = 487{,}2\text{ m}$$

Hormak izan dezakeen altuera maximoa 487,2 m da.

4. Datuak: $v_0 = 15\text{ m/s}$; $\alpha = 30°$; $x = 15{,}6\text{ m}$

$$v_{0\,x} = v_0 \cos\alpha = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cos 30° = 13\text{ m/s}$$

$$v_{0\,y} = v_0 \sin\alpha = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\sin 30° = 7{,}5\text{ m/s}$$

Pilotak ateko marrara iristeko behar duen denbora kalkulatuko dugu lehenik:

$$x = x_0 + v_{0\,x}t \;;\; x = v_{0\,x}t$$

$$t = \frac{x}{v_{0\,x}} = \frac{15{,}6\,\cancel{\text{m}}}{13\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 1{,}2\text{ s}$$

Balio hori y koordenatuari dagokion ekuazioan ordeztuko dugu; hortaz, baloiak ateko marraren gainean duen altuera kalkulatzeko:

$$y = v_{0\,y}t - \frac{1}{2}\,gt^2 =$$

$$= 7{,}5\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 1{,}2\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(1{,}2\,\cancel{\text{s}})^2 = 1{,}9\text{ m}$$

Bestalde, denbora abiaduraren ekuazioetan ordeztuz:

$$v_x = v_{0\,x} = 13\text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0\,y} - gt = 7{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot 1{,}2\,\cancel{\text{s}} = -4{,}26\text{ m/s}$$

Azkenik, abiaduraren modulua kalkulatuko dugu:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(13\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(4{,}26\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 13{,}7\text{ m/s}$$

Ateko marraren gainera iristean, baloia 1,9 m-ko altueran eta 13,7 m/s-ko abiaduran joango da.

5. Datuak: $v_0 = 14$ m/s ; $\alpha = 65°$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 14\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 65° = 5{,}9 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 14\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \sin 65° = 12{,}7 \text{ m/s}$$

Lehenik, posizioa kalkulatuko dugu:

$$x = v_{0x}\,t = 5{,}9\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 2\,\cancel{\text{s}} = 11{,}8 \text{ m}$$

$$y = v_{0y}\,t - \frac{1}{2}\,g t^2 =$$

$$= 12{,}7\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 2\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(2\,\cancel{\text{s}})^2 = 5{,}8 \text{ m}$$

Ondoren, ardatz bakoitzaren norabideko abiadura kalkulatuko dugu:

$$v_x = v_{0x} = 5{,}9 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - g t = 12{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot 2\,\cancel{\text{s}} = -6{,}9 \text{ m/s}$$

Eta, azkenik, abiaduraren modulua:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(5{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(6{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 9{,}1 \text{ m/s}$$

6. Datuak: $v_0 = 175$ m/s ; $x = 309{,}3$ m ; $y = 278{,}7$ m

Lehenik eta behin, datu horiek ordeztu gabe egingo ditugu kalkuluak.

Horretarako, x puntura iristeko behar den denbora kalkulatuko dugu:

$$x = v_{0x}\,t \;;\; t = \frac{x}{v_{0x}}$$

Denbora hori y koordenatuaren ekuazioan ordeztuko dugu:

$$y = v_{0y}\,t - \frac{1}{2}\,g t^2 = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}\,x - \frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_{0x}^2}$$

Honako hau kontuan hartuz,

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \quad \text{eta} \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

$$y = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot x - \frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

Eta jakina $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$ dela, problemako datuak idatziko ditugu:

$$y = \operatorname{tg}\alpha \cdot 309{,}3 \text{ m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{(309{,}3 \text{ m})^2}{\left(175\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$y = 309{,}3 \text{ m} \operatorname{tg}\alpha - 15{,}3 \text{ m} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

Angelu bakoitzari dagokion altuera kalkulatuko dugu:

$\alpha = 15°$

$$y = \left(309{,}3 \operatorname{tg} 15° - 15{,}3\,\frac{1}{\cos^2 15°}\right) \text{m} = 66{,}5 \text{ m}$$

$\alpha = 30°$

$$y = \left(309{,}3 \operatorname{tg} 30° - 15{,}3\,\frac{1}{\cos^2 30°}\right) \text{m} = 177{,}2 \text{ m}$$

$\alpha = 45°$

$$y = \left(309{,}3 \operatorname{tg} 45° - 15{,}3\,\frac{1}{\cos^2 45°}\right) \text{m} = 278{,}7 \text{ m}$$

Angelua 45°-koa denean joko du jaurtigaiak itua.

7. Datuak: $a = 3$ m/s^2 ; $R = 0{,}25$ m ; $v_0 = 0$ m/s

a) $t = 1$ s eta $t = 5$ s aldiuneetako abiadura linealak kalkulatuko ditugu, ondoren abiadura angeluarra kalkulatzeko:

$$v = v_0 + a\,t$$

$$v_1 = a\,t = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 1\,\cancel{\text{s}} = 3 \text{ m/s}$$

Abiadura angeluarra honako hau izango da:

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{3\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}}{0{,}25\,\cancel{\text{m}}} = 12 \text{ rad/s}$$

$t = 3$ s aldiunetik aurrera abiadura konstantea denez,

$$v_2 = a\,t = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 3\,\cancel{\text{s}} = 9 \text{ m/s}$$

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R} = \frac{9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}25 \text{ m}} = 36 \text{ rad/s}$$

b) Azelerazio angeluarra kalkulatuko dugu:

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{36\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} - 12\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{3 \text{ s} - 1 \text{ s}} = 12 \text{ rad/s}^2$$

8. Datuak: $R = 0{,}4$ m

$$\omega_0 = 30\,\frac{\cancel{\text{bira}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\,\pi \text{ rad}}{1\,\cancel{\text{bira}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = \pi \text{ rad/s}$$

$$t = 20 \text{ s} \;;\; \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

a) Azelerazio angeluarra kalkulatuko dugu:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{(0 - \pi)\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} = -0{,}05\,\pi \text{ rad/s}^2$$

b) Erruletak gelditu arte egindako bira kopurua lortuko dugu:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\varphi = \pi \frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}}} 20\,\cancel{\text{s}} + \frac{1}{2}(-0{,}05\,\pi)\frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}^2}}(20\,\cancel{\text{s}})^2 =$$
$$= 10\pi\,\text{rad}$$

$$10\pi\,\text{rad} = 10\cancel{\pi\,\text{rad}}\frac{1\text{ bira}}{2\pi\,\cancel{\text{rad}}} = 5\text{ bira}$$

c) $t = 5$ s aldiuneko abiadura angeluarra kalkulatuko dugu:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = \pi\frac{\text{rad}}{\text{s}} - 0{,}05\,\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}^{\cancel{2}}}\cdot 5\,\cancel{\text{s}} =$$
$$= 0{,}75\,\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Eta abiadura lineala:

$$v = \omega R = 0{,}75\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}\cdot 0{,}4\text{ m} = 0{,}9\text{ m/s}$$

9. Datuak: $\omega_0 = 60\frac{\cancel{\text{bira}}}{\cancel{\text{min}}}\cdot\frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{bira}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60\text{ s}} = 2\pi\,\text{rad/s}$

$$\varphi = 4\,\cancel{\text{bira}}\frac{2\pi\,\text{rad}}{\cancel{1\text{ bira}}} = 8\pi\,\text{rad}$$

a) Higidura zirkularraren ekuazioak idatziko ditugu:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

Dakigunez, amaierako abiadura angeluarra nulua da:

$$0 = \omega_0 + \alpha t$$

Denbora askatuz:

$$t = -\frac{\omega_0}{\alpha}$$

eta lortutako emaitza angelua denboraren arabera adierazten duen ekuazioan ordeztuz:

$$\varphi = \omega_0\left(-\frac{\omega_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2}\alpha\left(-\frac{\omega_0}{\alpha}\right)^2$$

$$\varphi = -\frac{\omega_0^2}{\alpha} + \frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{\alpha}$$

$$\alpha\varphi = \frac{1}{2}\omega_0^2 - \omega_0^2$$

$$\alpha\varphi = \frac{1}{2}\omega_0^2$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{\varphi} = -\frac{1}{2}\frac{(2\pi)^2}{8\pi}\frac{\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{\text{rad}} =$$
$$= -0{,}25\pi\,\text{rad/s}^2$$

b) $t = -\dfrac{\omega_0}{\alpha} = -\dfrac{2\pi\dfrac{\cancel{\text{rad}}}{\cancel{\text{s}}}}{-0{,}25\pi\dfrac{\cancel{\text{rad}}}{\text{s}^{\cancel{2}}}} = 8\text{ s}$

10. Datuak:

$$v_1 = 50{,}4\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}} = 14\text{ m/s}$$

$$v_2 = 68{,}4\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}}\cdot\frac{1000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}} = 19\text{ m/s}$$

$R = 0{,}4$ m

a) Azelerazioa 2,5 s-ko tarteari dagokio, orduan abiadura 14 m/s-tik 19 m/s-ra handitu delako:

Abiadura angeluarrak:

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{14\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}}{0{,}4\,\cancel{\text{m}}} = 35\text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R} = \frac{19\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}}{0{,}4\,\cancel{\text{m}}} = 47{,}5\text{ rad/s}$$

Azelerazio angeluarra kalkulatuko dugu:

$$\alpha = \frac{w_2 - w_1}{t_2 - t_1} = \frac{47{,}5\frac{\text{rad}}{\text{s}} - 35\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{2{,}5\text{ s}} = 5\text{ rad/s}^2$$

b) Lehenengo minutuan egindako bira kopurua kalkulatuko dugu. Horretarako, denbora-tarte horretan ibilitako angelua kalkulatuko dugu lehenik:

$$\varphi_1 = \omega_1 t = 35\frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 60\,\cancel{\text{s}} = 2100\text{ rad}$$

Ondoren, angelu osoa kalkulatuko dugu, kontuan hartuta $\varphi_0 = 2100$ rad dela, eta $\omega_0 = 35$ rad/s:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\varphi = 2100\text{ rad} + 35\frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 2{,}5\,\cancel{\text{s}} +$$
$$+ \frac{1}{2}5\frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}^2}}\cdot(2{,}5\,\cancel{\text{s}})^2 = 2203{,}1\text{ rad}$$

Azkenik, ibilbide osoan eginiko bira kopurua kalkulatuko dugu:

$$2203{,}1\,\cancel{\text{rad}}\frac{1\text{ bira}}{2\pi\,\cancel{\text{rad}}} = 350{,}6\text{ bira}$$

ARIKETAK ETA PROBLEMAK

1. Erreferentzia-sistema norabide bertikalean eta goranzko noranzkoan hartuz gero, abiadura positiboa eta maximoa izango da jaurtiketaren aldiunean. Ondoren, abiadura txikiagotuz joango da, altuera maximoko puntuan nulua izan arte.

   Hortik aurrera, abiadura negatiboa izango da, eta abiaduraren modulua handiagotuz joango da denbora pasatu ahala. Marruskadurarik ez badago, lurrera iristean abiaduraren modulua jaurtiketako unekoaren berbera izango da. Azelerazioa konstantea eta negatiboa izango da, eta haren modulua, honako hau: $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

2. Posizioaren ekuazioak denboraren arabera:

$$x = x_0 + v_{0x}\,t \ ;\ y = y_0 + v_{0y}\,t - \frac{1}{2}\,gt^2$$

   Jaurtiketa horizontala denez, $v_{0x} = v_0$, eta $v_{0y} = 0$

$$x = x_0 + v_0\,t$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2}\,gt^2$$

   Abiaduraren ekuazioak denboraren arabera:

$$v_x = v_0 \ ;\ v_y = -gt$$

3. • Egia, puntu guztiak desplazatzen direlako angelu berberarekin denbora-tarte berean.

   • Gezurra, rad/s^2-tan neurtzen delako.

   • Egia, higidura zirkular uniformea abiadura angeluar konstantea duena delako; hots, azelerazio angeluarra nulua da.

4. Zirkunferentziaren luzera erradioaren mendekoa da ($L = 2\pi r$). Beraz, lasterkariek bira osoa egitean, kanpoaldeko bidetik doanak barruko kaletik doanak baino bide luzeagoa egiten du. Guztiek distantzia berbera egin behar dutenez, kanpoaldeko kaletik doan lasterkariak barrukotik doanak baino pixka bat aurreragotik irten beharko du.

5. Datuak: $v = 30\ \text{km/h}\ ;\ t = 30\ \cancel{\text{min}}\ \dfrac{1\ \text{h}}{60\ \cancel{\text{min}}} = 0{,}5\ \text{h}$

   a) $\Delta x = v\,t = 30\,\dfrac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}}\,0{,}5\ \cancel{\text{h}} = 15\ \text{km}$

   b) $\Delta x = v\,t$

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{45\ \cancel{\text{km}}}{30\ \dfrac{\cancel{\text{km}}}{\text{h}}} = 1{,}5\ \text{h}$$

$$1{,}5\ \text{h} = 1{,}5\ \cancel{\text{h}}\ \frac{60\ \text{min}}{1\ \cancel{\text{h}}} = 90\ \text{min}$$

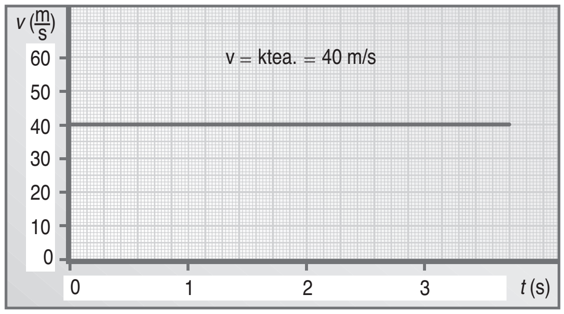
6. Datuak: $x_0 = 3\ \text{m}\ ;\ v_0 = 8\ \text{m/s}\ ;\ t = 10\ \text{s}$

   a) $x = x_0 + v_0\,t = 3\ \text{m} + 8\,\dfrac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 10\ \cancel{\text{s}} = 83\ \text{m}$

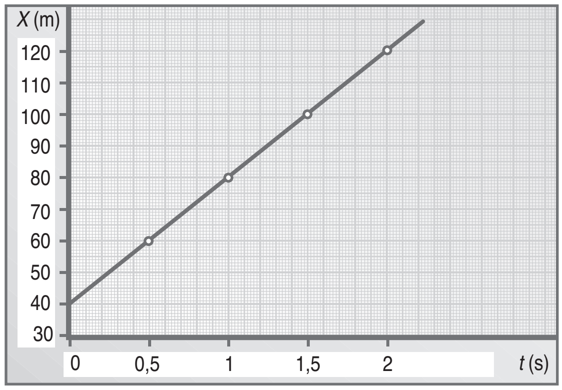
   b) $|x - x_0|$ adierazpenaren bidez kalkulatuko dugu distantzia:

$$|x - x_0| = |83\ \text{m} - 3\ \text{m}| = 80\ \text{m}$$

7. $v - t$ grafikoa marraztuko dugu.



   $x - t$ grafikoa marraztuko dugu.



8. Datuak:

   Lehenengo autoa:

$$v_1 = 108\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3\,600\ \text{s}} = 30\ \text{m/s}$$

$$x_{01} = 0\ \text{m}$$

   Bigarren autoa:

$$v_2 = 36\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3\,600\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$$

$$x_{02} = 1\,000\ \text{m}$$

   a) Higidura-ekuazioak idatziko ditugu:

   1. autoa:

$$x_1 = x_{01} + v_1\,t\ ;\ x_1 = v_1 t$$

   2. autoa:

$$x_2 = x_{02} + v_2\,t$$

   Beren posizioak berdinak direnean elkartuko dira, alegia:

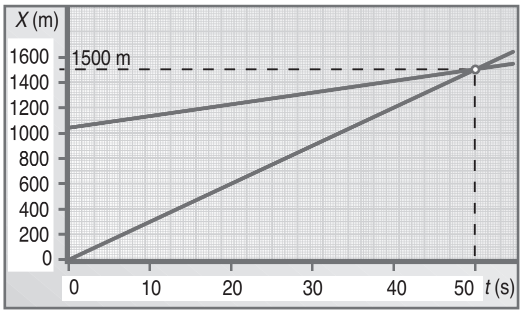
$$x_1 = x_2\ ;\ v_1\,t = x_{02} + v_2\,t$$

$$t = \frac{x_{02}}{v_1 - v_2} = \frac{1\,000\ \text{m}}{30\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 50\ \text{s}$$

   b) Lehenengo autoaren higidura-ekuaziotik abiatuz, distantzia lortuko dugu:

$$x_1 = v_1\,t = 30\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 50\ \cancel{\text{s}} = 1\,500\ \text{m}$$

c)



9. Datuak:

1. higikaria:

$v_1 = 2$ m/s ; $x_{01} = 0$ m

2. higikaria:

$v_2 = -3$ m/s ; $x_{02} = 30$ m

a) Bi higikariei dagozkien higidura-ekuazioak idatziko ditugu:

$$x_1 = x_{01} + v_1 t \; ; \; x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = x_{02} + v_2 t$$

Bi higikarien posizioak berdinak direnean elkartuko dira; hots, $x_1 = x_2$ betetzen denean:

$$v_1 t = x_{02} + v_2 t$$

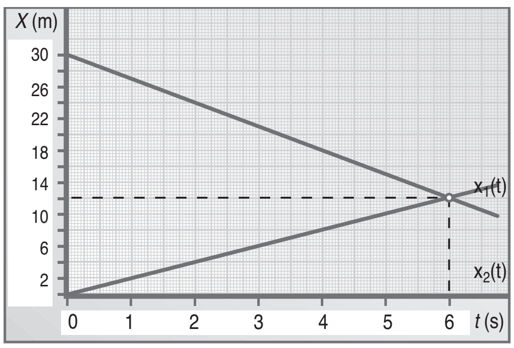
Denbora bakanduz:

$$t = \frac{x_{02}}{v_1 - v_2} = \frac{30 \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} = 6 \text{ s}$$

b) Lehenengo higikariaren higidura-ekuaziotik abiatuz, distantzia kalkulatuko dugu:

$$x_1 = 2 \cdot \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 6 \cancel{\text{s}} = 12 \text{ m}$$

c)



10. Datuak: $x = 547{,}2$ m ; $t = 12$ s ; $a =$ ktea.

$v_0 = 0$ m/s ; $x_0 = 0$ m/s

a) $x = \cancel{x_0} + \cancel{v_0} t + \frac{1}{2} a t^2$; $x = \frac{1}{2} a t^2$; $a = \frac{2x}{t^2}$

$$a = \frac{2 \cdot 547{,}2 \text{ m}}{(12 \text{ s})^2} = 7{,}6 \text{ m/s}^2$$

b) $v = \cancel{v_0} + at$

$$v = 7{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 12 \cancel{\text{s}} = 91{,}2 \text{ m/s}$$

$$91{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 91{,}2 \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \cancel{\text{m}}} \cdot \frac{3600 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ h}} =$$

$$= 328{,}3 \text{ km/h}$$

11. Datuak: $v_0 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15$ m/s ; $a = 4{,}5$ m/s^2

$x = 250$ m ; $x_0 = 0$ m

a) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

$$v^2 = \left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 4{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 250 \text{ m} = 2475 \text{ (m/s)}^2$$

$$v = \sqrt{2475 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 49{,}7 \text{ m/s}$$

b) $v = v_0 + at$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(49{,}7 - 15) \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{4{,}5 \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^{\cancel{2}}}} = 7{,}7 \text{ s}$$

12. Datuak:

Merkantzia-trena:

$x_{01} = 0$ m

$$v_1 = 43{,}2 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 12 \text{ m/s}$$

Bidaiari-trena:

$x_{02} = 1000$ m ; $v_{02} = 0$ m/s

$a_2 = -1{,}5$ m/s^2

a) Bi trenei dagozkien higidura-ekuazioak idatziko ditugu:

$$x_1 = \cancel{x_{01}} + v_1 t \; ; \; x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = x_{02} + \cancel{v_{02} t} + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_2 = x_{02} + \frac{1}{2} a t^2$$

Haien posizioak berdinak izatean gurutzatuko dira; hots, $x_1 = x_2$ denean:

$$v_1 t = x_{02} + \frac{1}{2} a t^2$$

Denbora bakanduz:

$$\frac{1}{2} a t^2 - v_1 t + x_{02} = 0$$

$$t = \frac{1}{\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} a} \left[v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - 4 \frac{1}{2} a x_{02}} \right]$$

Sinplifikatuz eta ordeztuz:

$$t = \frac{1}{a}\left[v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - 2\,a\,x_{02}}\right] =$$

$$= \frac{1}{-1{,}5}\left[12 \pm \sqrt{12^2 - 2 \cdot (-1{,}5) \cdot 1\,000}\right] =$$

$$= -\frac{1}{1{,}5}\left[12 \pm \sqrt{3\,144}\right]$$

Bi soluzioak honako hauek dira:

$$t_1 = -49{,}3 \text{ s} \;\; ; \;\; t_2 = 29{,}3 \text{ s}$$

Soluzio positiboa aukeratuko dugu, kasu honetan soluzio negatiboak ez duelako esanahi fisikorik. Posizioa kalkulatzeko, lehenengo trenaren higidura-ekuazioa erabiliko dugu:

$$x_1 = v_1 t = 12\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 29{,}3\,\cancel{\text{s}} = 352{,}6 \text{ m}$$

b) Bidaiari-trenaren abiadura kalkulatzeko, honako formula erabiliko dugu:

$$v_2 = \cancel{v_{02}} + a\,t$$

$$v_2 = -1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 29{,}3\,\cancel{\text{s}} = -44 \text{ m/s}$$

Abiaduraren osagaia negatiboa da, trena ezkerralderantz higitzen ari delako. Haren modulua 44 m/s-koa da.

13. Datuak:

Autoa:

$x_{01} = 0$ m ; $v_{01} = 0$ m/s ; $a = 2$ m/s^2

Motoa:

$$v_2 = 57{,}6\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3\,600 \text{ s}} = 16 \text{ m/s}$$

$x_{02} = 0$ m

a) Autoaren eta motoaren higidura-ekuazioak idatziko ditugu:

Autoa:

$$x_1 = \cancel{x_{01}} + \cancel{v_{01}}\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$x_1 = \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

Motoa:

$$x_2 = v_2\,t$$

Bi higikariek $x_1 = x_2$ denean egin dute topo elkarrekin.

$$\frac{1}{2}\,a\,t^2 = v_2\,t$$

$$t\left(\frac{1}{2}\,a\,t - v_2\right) = 0$$

Bi aldiz izan dituzte koordenatu berberak:

Lehenik, $t = 0$ izan denean; hots, motoak autoa aurreratu duenean.

Bigarrenik, $t = \dfrac{2\,v_2}{a}$ izan denean; hau da, autoak motoa aurreratu duenean. Aldiune hori zein izan den kalkulatuko dugu:

$$t = \frac{2 \cdot 176\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{2\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^{\cancel{2}}}} = 16 \text{ s}$$

Semaforotik berriro elkartu diren punturainoko distantzia kalkulatzeko, motoaren ekuazioa erabiliko dugu:

$$x_2 = 16\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 16\,\cancel{\text{s}} = 256 \text{ m}$$

b) Autoak aldiune horretan zuen abiadura kalkulatuko dugu:

$$v_1 = \cancel{v_{01}} + a\,t$$

$$v = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 16\,\cancel{\text{s}} = 32 \text{ m/s}$$

14. Datuak: $a = g = 9{,}8$ m/s^2 ; $x = 0$; $x_0 = 200$ m

$t_0 = 0$ s ; $v_0 = 0$ m/s

a) $x = x_0 + v_0\,t - \dfrac{1}{2}\,g t^2$; $x_0 = \dfrac{1}{2}\,g t^2$

$$t = \sqrt{\frac{2\,x_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \text{ m}}{9{,}8 \text{ m/s}^2}} = 6{,}4 \text{ s}$$

b) $v^2 = \cancel{v_0^2} + 2\,a\,(x - x_0)$

$$v = \sqrt{2\,g x_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200 \text{ m}} = 62{,}6 \text{ m/s}$$

15. Datuak:

- Leihotik jaurtikitako harria:

$y_{01} = 20$ m ; $v_{01} = 25$ m/s

- Lurretik jaurtikitako harria:

$y_{02} = 0$ m ; $v_{02} = 30$ m/s

a) Lurretik gurutzatu diren punturainoko distantzia kalkulatzeko, aski da jaurtiketatik gurutzatu arte pasaturiko denbora lortzea:

$$y_1 = y_{01} + v_{01}\,t - \frac{1}{2}\,g t^2$$

$$y_2 = y_{02} + v_{02}\,t - \frac{1}{2}\,g t^2$$

$$y_1 = y_2$$

$$y_{01} + v_{01}\,t - \cancel{\frac{1}{2}\,g t^2} = y_{02} + v_{02}\,t - \cancel{\frac{1}{2}\,g t^2}$$

$$y_{01} + v_{01}t = y_{02} + v_{02}t$$

$$y_{01} - y_{02} = (v_{02} - v_{01})\,t$$

$$t = \frac{y_{01} - y_{02}}{v_{02} - v_{01}} = \frac{20\text{ m} - 0\text{ m}}{30\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 25\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 4\text{ s}$$

4 s pasatu dira gurutzatu arte.

Lorturiko denbora leihotik jaurtikitako harriaren higidura-ekuazioan ordezkatuko dugu:

$$y_1 = y_{01} + v_{01}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_1 = 20\text{ m} + 25\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 4\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}9{,}8\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot (4\cancel{\text{s}})^2 = 41{,}6\text{ m}$$

Lurretik 41,6 m-ra gurutzatu dira.

b) $v_1 = v_{01} - gt$

$$v_1 = 25\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 4\cancel{\text{s}} = -14{,}2\text{ m/s}$$

$$|v_1| = 14{,}2\text{ m/s}$$

Leihotik jaurtikitako harriaren abiadura 14,2 m/s-koa izan da, lurreranzko noranzkoan.

$$v_2 = v_{02} - gt$$

$$v_2 = 30\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 4\cancel{\text{s}} = -9{,}2\text{ m/s}$$

$$|v_2| = 9{,}2\text{ m/s}$$

Lurretik jaurtikitako harriaren abiadura 9,2 m/s-koa izan da, lurreranzkoa hori ere.

16. Datuak:

Lehenengo pilotari dagokionez:

$v_{01} = 6$ m/s ; $x_{01} = 0$ m ; $t_{01} = 0$ s

Bigarren pilotari dagokionez:

$v_{02} = 4$ m/s ; $x_{02} = 0$ m ; $t_{02} = 1$ s

Bilketa-punturainoko distantzia lortzeko, lehenik jaurtiketatik une horretaraino pasaturiko denbora kalkulatuko dugu:

$$x_1 = x_{01} + v_{01}(t - t_{01}) - \frac{1}{2}g(t - t_{01})^2$$

$$x_2 = x_{02} + v_{02}(t - t_{02}) - \frac{1}{2}g(t - t_{02})^2$$

Elkarketa-puntuan, $x_1 = x_2$:

$$\cancel{x_{01}} + v_{01}(t - t_{01}) - \frac{1}{2}g(t - t_{01})^2 =$$

$$= \cancel{x_{02}} + v_{02}(t - t_{02}) - \frac{1}{2}g(t - t_{02})^2$$

$$v_{01}(t - t_{01}) - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} - \frac{1}{2}gt_{01}^2 + gt\,t_{01} =$$

$$= v_{02}(t - t_{02}) - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} - \frac{1}{2}gt_{02}^2 + gt\,t_{02}$$

Bestalde, $t_{01} = 0$ s denez,

$$v_{01}t = v_{02}(t - t_{02}) - \frac{1}{2}gt_{02}^2 + gtt_{02}$$

$$(v_{01} - v_{02} - gt_{02})\,t = -v_{02}t_{02} - \frac{1}{2}gt_{02}^2$$

$$t = \frac{v_{02}t_{02} + \dfrac{1}{2}gt_{02}^2}{gt_{02} + v_{02} - v_{01}}$$

Enuntziatuko datuak ordeztuz:

$$t = \frac{4\dfrac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 1\cancel{\text{s}} + \dfrac{1}{2}9{,}8\dfrac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot (1\cancel{\text{s}})^2}{9{,}8\dfrac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot 1\cancel{\text{s}} + 4\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 6\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}14\text{ s}$$

1,14 s pasatu dira elkartu arte.

Ondoren, lurretik elkarketa-punturainoko distantzia kalkulatuko dugu, lehenengo harriaren higidura-ekuaziotik abiatuta:

$$x = x_{01} + v_{01}(t - t_{01}) - \frac{1}{2}g(t - t_{01})^2$$

$$x = 6\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 1{,}14\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot (1{,}14\cancel{\text{s}})^2 = 0{,}47\text{ m}$$

17. Datuak: $y = 100$ m ; $v_y = 3$ m/s ; $v_x = 1$ m/s

a) Ibaia zeharkatzeko behar izan duen denbora kalkulatzeko, nahikoa da korrontearekiko abiadura perpendikularra jakitea:

$$y = y_0 + v_y t$$

$$100\text{ m} = 3\frac{\text{m}}{\text{s}}t\ ;\ t = \frac{100\cancel{\text{m}}}{3\dfrac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 33{,}3\text{ s}$$

b) Abiaduraren modulua kalkulatuz:

$$\vec{v} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}\vec{i} + 3\frac{\text{m}}{\text{s}}\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(3^2 + 1^2)\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 3{,}2\text{ m/s}$$

c) Lehenik, x ardatzean ibilitako distantzia kalkulatuko dugu:

$$x = x_0 + v_0 t$$

$$x = 1\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 33{,}3\cancel{\text{s}} = 33{,}3\text{ m}$$

Ondoren, desplazamendu bektorearen modulua kalkulatuko dugu:

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{(33{,}3^2 + 100^2)\ \text{m}^2} = 105{,}4\ \text{m}$$

18. Datuak: $\vec{v}_0 = 80\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\ \vec{i} = 22{,}22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \vec{i}\ ;\ \vec{r}_0 = 20\ \text{m}\ \vec{j}$

a) Eskiatzaileak *y* ardatzean eta denboraren arabera izan duen posizioaren ekuazioa idatziko dugu:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Eskiatzailea lurrera iritsi denean *t* aldagaiak duen balioa kalkulatuko dugu:

$$0 = y_0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \text{m}}{9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2\ \text{s}$$

b) *x* koordenatuaren ekuazioan ordeztuz:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$x = 22{,}22\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 2\ \cancel{\text{s}} = 44{,}4\ \text{m}$$

19. Datuak: $x_0 = 0\ \text{m}\ ;\ y_0 = 25\ \text{m}\ ;\ x = 30\ \text{m}\ ;\ y = 0\ \text{m}$

a) Harriak horizontalki jaurtitzen direnez, $v_{0y} = 0$ da. Koordenatuen balioak denboraren arabera adierazten dituzten ekuazioak idatziko ditugu:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$x = v_{0x}t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Harriak arroka jotzeko behar duen denbora, higidura-ekuaziotik kalkulatuko dugu:

$$0 = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_0 = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25\ \cancel{\text{m}}}{9{,}8\ \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^2}}} = 2{,}25\ \text{s}$$

Ondoren, harria jaurtikia izan den abiadura kalkulatuko dugu:

$$x = v_{0x}t$$

$$v_{0x} = \frac{x}{t} = \frac{30\ \text{m}}{2{,}25\ \text{s}} = 13{,}3\ \text{m/s}$$

b) Harriak arroka jo arte pasaturiko denbora *a* atalean kalkulatuta dago.

$$t = 2{,}25\ \text{s}$$

20. Datuak: $x_0 = 0\ \text{m}\ ;\ y_0 = 0\ \text{m}\ ;\ x = 90\ \text{m}$

$y = 0\ \text{m}\ ;\ \alpha = 45°$

a) Irismenari dagokion ekuazioa idatziko dugu lehenik:

$$x = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$$

Abiadura ekuazio horretan bakanduz:

$$v_0 = \sqrt{\frac{xg}{\sin 2\alpha}} =$$

$$= \sqrt{\frac{90\ \text{m} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\sin 90°}} = 29{,}7\ \text{m/s}$$

b) *x* norabidean denboraren arabera xabalinak duen posizioaren ekuazioa idatziz, eta bertatik denbora bakanduz:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{90\ \cancel{\text{m}}}{29{,}7\ \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}} \cdot \cos 45°} = 4{,}3\ \text{s}$$

21. Datuak: $v_0 = 540\ \text{m/s}\ ;\ \alpha = 30°$

Hasierako abiaduraren osagaiak kalkulatuko ditugu:

$$v_{0x} = 540\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cos 30° = 467{,}7\ \text{m/s}$$

$$v_{0y} = 540\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\sin 30° = 270\ \text{m/s}$$

a) Jaurtigaiaren irismena kalkulatuko dugu:

$$x = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{\left(540\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\sin(2 \cdot 30) =$$

$$= 25\,768{,}7\ \text{m}$$

b) $t = 3$ s aldiunean jaurtigaiak duen posizioa kalkulatuko dugu:

$$x = \cancel{x_0} + v_{0x}t$$

$$x = 467{,}7\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 3\ \cancel{\text{s}} = 1\,403\ \text{m}$$

$$y = \cancel{y_0} + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = 270\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 3\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\cdot(3\,\cancel{\text{s}})^2 = 765{,}9\text{ m}$$

22. Datuak: $v_0 = 200$ m/s ; $\alpha = 25°$

$$v_{0\,x} = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\cos(25°) = 181{,}26\text{ m/s}$$

$$v_{0\,y} = 200\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\sin(25°) = 84{,}5\text{ m/s}$$

$y_0 = 2{,}5$ m

a) Bi ardatzen norabideetako higidura-ekuazioak idatziko ditugu:

$$x = x_0 + v_{0\,x}t \;;\; x = v_{0\,x}t$$

$$y = y_0 + v_{0\,y}t - \frac{1}{2}\,gt^2$$

Lehenik eta behin, jaurtigaiak lurrera heltzeko behar izan duen denbora kalkulatuko dugu:

$$0 = y_0 + v_{0\,y}t - \frac{1}{2}\,gt^2$$

$$t = \frac{-1}{\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\,g}\left[-v_{0\,y} \pm \sqrt{v_{0\,y}^2 - 4\cdot\left(-\frac{1}{2}\,g\right)y_0}\right] =$$

$$= \frac{-1}{g}\,[-v_{0\,y} \pm \sqrt{v_{0\,y}^2 + 2\,gy_0}]$$

Datuak ordezkatuz:

$$t = -\frac{1}{9{,}8}\,[-84{,}5 \pm \sqrt{(84{,}5)^2 + 2\cdot 9{,}8\cdot 2{,}5}] =$$

$$= -\frac{1}{9{,}8}\,[-84{,}5 \pm 84{,}8]$$

Bi soluzio lortu ditugu:

$$t_1 = -0{,}03\text{ s} \;;\; t_2 = 17{,}28\text{ s}$$

Baztertu egingo dugu lehenengo soluzioa, ez duelako esanahi fisikorik.

x norabideko posizioaren ekuazioaren bidez, irismenaren balioa lor dezakegu:

$$x = v_{0\,x}t = 181{,}26\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 17{,}28\,\cancel{\text{s}} = 3\,132\text{ m}$$

b) Abiadurak ardatzen norabideetan dituen osagaiak kalkulatuko ditugu:

$$v_x = v_{0\,x} = 181{,}26\text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0\,y} - gt = 84{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}}\cdot 17{,}28\,\cancel{\text{s}} =$$

$$= -84{,}84\text{ m/s}$$

Abiaduraren modulua:

$$|v| = [\sqrt{(84{,}84)^2 + (181{,}26)^2}]\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 200\text{ m/s}$$

23. *a)* $33\,\frac{\cancel{\text{bira}}}{\cancel{\text{min}}}\cdot\frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{bira}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60\text{ s}} =$

$= 1{,}1\,\pi\,\text{rad/s}$

b) $10\,\cancel{\text{min}}\,\frac{33\text{ bira}}{1\,\cancel{\text{min}}} = 330\text{ bira}$

24. Datuak: $R = 250$ m

$$v = 73{,}8\,\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\cdot\frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3\,600\text{ s}}\cdot\frac{1\,000\text{ m}}{1\,\cancel{\text{km}}} = 20{,}5\text{ m/s}$$

a) $\omega = \frac{v}{R} = \frac{20{,}5\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}}{250\,\cancel{\text{m}}} = 0{,}08\text{ rad/s}$

b) $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(20{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{250\text{ m}} = 1{,}7\text{ m/s}^2$

25. Datuak: $R = 15$ cm ; $\alpha = 0{,}2$ rad/s^2 ; $\omega_0 = 0$ rad/s

a) $\omega = \omega_0 + \alpha\,t = 0{,}2\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^{\cancel{2}}}\cdot 10\,\cancel{\text{s}} = 2\text{ rad/s}$

b) Lehenik, gurpilak 10 s-an biraturiko angelua kalkulatuko dugu:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0\,t + \frac{1}{2}\,\alpha\,t^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\,0{,}2\,\frac{\text{rad}}{\cancel{\text{s}^2}}\cdot(10\,\cancel{\text{s}})^2 = 10\text{ rad}$$

Bihurketa-faktoreak erabiliz, gurpilak 10 s-an egindako bira kopurua lortuko dugu:

$$10\text{ rad} = 10\,\cancel{\text{rad}}\,\frac{1\text{ bira}}{2\pi\,\cancel{\text{rad}}} = 1{,}6\text{ bira}$$

c) Lehenik eta behin, 20 birari dagokien angelua kalkulatuko dugu:

$$20\text{ bira} = 20\,\cancel{\text{bira}}\,\frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{bira}}} = 40\,\pi\,\text{rad}$$

Angeluaren formulan denbora bakanduz:

$$\varphi = \frac{1}{2}\,\alpha\,t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot 40\,\pi\,\cancel{\text{rad}}}{0{,}2\,\frac{\cancel{\text{rad}}}{\text{s}^2}}} = 35{,}4\text{ s}$$

26. *a)* 1. HZUA, abiadura uniformeki handituz doalako denbora pasatu ahala.

2. HZUa, tarte horretan abiadura konstantea delako.

3. HZUA, abiadura uniformeki handiagotzen delako.

4. HZUA, abiadura uniformeki txikiagotzen delako.

b) Lehenengo tartean:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{15\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{10\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$$

2. tartean:

$a = 0\ \text{m/s}^2$, HZUa delako.

3. tartean:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{25\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 15\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{30\ \text{s} - 25\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}^2$$

4. tartean:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 25\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{40\ \text{s} - 30\ \text{s}} = -2{,}5\ \text{m/s}^2$$

c) 1. tartean:

$$x_1 = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a t^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\,1{,}5\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot (10\ \cancel{\text{s}})^2 = 75\ \text{m}$$

2. tartean:

$$x_2 = v_0\,t = 15\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 5\,\cancel{\text{s}} = 225\ \text{m}$$

3. tartean:

$$x_3 = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a t^2 =$$

$$= 15\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 5\,\cancel{\text{s}} + \frac{1}{2} \cdot 2\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(5\ \cancel{\text{s}})^2 = 100\ \text{m}$$

4. tartean:

$$x_4 = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a t^2 =$$

$$= 25\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 10\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(10\ \cancel{\text{s}})^2 = 125\ \text{m}$$

27. *a)* Datuak $v = 0\ \text{m/s}$ $a = -6\ \text{m/s}^2$

Balaztatze-distantziaren formula erraz lor daiteke ekuazio honetatik:

$$v^2 - v_0^2 = 2\,a\,\Delta x$$

$$0 - v_0^2 = -12\,\Delta x \quad ; \quad \Delta x = \frac{v_0^2}{12}$$

b) b) A1:A2 matrizean, proposatzen diren abiadurak (10 m/s-tik 120 m/s-raino) sartuko ditugu.

B1 gelaxkan formula hau sartuko dugu:

=A1^2/12

Aldatuko dugu formula B2:B12 matrizera, eta segituan, lortu nahi ditugun balioak agertuko dira:

10 m/s	8,33 m
20 m/s	33,33 m
30 m/s	75,00 m
40 m/s	133,33 m
50 m/s	208,33 m
60 m/s	300,00 m
70 m/s	408,33 m
80 m/s	533,33 m
90 m/s	675,00 m
100 m/s	833,33 m
110 m/s	1008,33 m
120 m/s	1200,00 m

(Unitateak zenbakizko formatuan sartu behar dira)

c) c) A13 gelaxka proba-gelaxka gisa erabil daiteke, nahi dugun abiadura-balioa sartzeko.

Formula hau idatziz, A13 gelaxkan emaitza lortuko dugu:

=A13^2/12

28. Istripuak eragozteko elementuak:

ABS sistema

Bat-bateko balaztada egin behar izanez gero, sistema honek blokeatu eta desblokeatu egiten ditu balaztak, gidariak errazago maniobratzeko moduan.

Direkzio lagundua

Sistema elektromekaniko honi esker, gidariak indar gutxiago egin behar du gurpilak birarazteko, eta era horretan, maniobrak aiseago egiten dira.

Serbodirekzioa:

Bolanteak bira bakarra eman dezakeenez, maniobra zailetan ez da beharrezkoa bolanteari behin eta berriz eragitea.

Istripuen ondorioak arintzeko elementuak:

Airbaga:

Oihalezko zaku bat da, puztu egiten dena bat-bateko dezelerazioarik gertatuz gero, talka eginez gero buruak bolantea jo ez dezan.

Segurtasun-uhala:

Gerria eta soina inguratuz gorputzari eusten dioten zerrenda luzagarriak. Autoak bat-batean dezeleratzen badu, uhalak blokeatu egiten dira, gidaria autotik kanpora airean atera ez dadin.

Bidaiari-leku indartua:

Bidaiarien tokia indartuz, talkak autoa gehiegi deformatzea eta barrukoak zapaltzea eragozten da, edo behintzat, arindu egiten da talkaren eragina.