3 Higiduren azterketa

ATARIAN

- $\vec{r}(t) = (t-3)\,\vec{i} - 2\,t^2\,\vec{j}$

a) $\vec{v}_m = \dfrac{\vec{r}(2\text{ s}) - \vec{r}(0\text{ s})}{2\text{ s} - 0\text{ s}} = \dfrac{(-1\,\vec{i} - 8\,\vec{j})\text{ m} - (-3\,\vec{i})\text{ m}}{2\text{ s}} = (\vec{i} - 4\,\vec{j})\text{ m/s}$

b) Aldiuneko abiadura bektorea kalkulatzeko, bi aldiune oso hurbilen, t eta $t + \Delta t$, arteko batez besteko abiadura bektoretik abiatuko gara:

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{(t+\Delta t - 3)\,\vec{i} - 2\,(t+\Delta t)^2\,\vec{j} - [(t-3)\,\vec{i} - 2t^2\,\vec{j}]}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\cancel{t\,\vec{i}} + \Delta t\,\vec{i} \cancel{- 3\,\vec{i}} - \cancel{2\,t^2\,\vec{j}} - 4\,t\,\Delta t\,\vec{j} - 2\,(\Delta t)^2\,\vec{j} \cancel{- t\,\vec{i}} \cancel{+ 3\,\vec{i}} + \cancel{2\,t^2\,\vec{j}}}{\Delta t} = \frac{\Delta t\,\vec{i} - 4\,t\,\Delta t\,\vec{j} - 2\,(\Delta t)^2\,\vec{j}}{\Delta t} = \vec{i} - 4\,t\,\vec{j} - 2\,\Delta t\,\vec{j}$$

Baina $\Delta t \to 0$ denez, honako hau lortuko dugu:

$$\vec{v}(t) = (\vec{i} - 4\,t\,\vec{j})\text{ m/s}$$

$t = 2$ s aldiuneari abiadura bektore hau dagokio:

$$\vec{v}(2\text{ s}) = (\vec{i} - 8\,\vec{j})\text{ m/s}$$

- $\vec{v}(t) = 3\,t\,\vec{i} - 4\,\vec{j}$

a) $\vec{v}(3\text{ s}) = (9\,\vec{i} - 4\,\vec{j})\text{ m/s}$

$\vec{v}(1\text{ s}) = (3\,\vec{i} - 4\,\vec{j})\text{ m/s}$

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(3\text{ s}) - \vec{v}(1\text{ s})}{\Delta t} = \frac{(9\,\vec{i} - 4\,\vec{j}) - (3\,\vec{i} - 4\,\vec{j})}{3 - 1} =$$

$$= \frac{9\,\vec{i} - 4\,\vec{j} - 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}}{2} = 3\,\vec{i}\text{ m/s}^2$$

b) Aldiuneko azelerazioa kalkulatzeko, lehenik batez besteko azelerazioa kalkulatuko dugu bi aldiune oso hurbilen artean, t eta $t + \Delta t$:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{3\,(t+\Delta t)\,\vec{i} - 4\,\vec{j} - (3\,t\,\vec{i} - 4\,\vec{j})}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\cancel{3\,t\,\vec{i}} + 3\,\Delta t\,\vec{i} - \cancel{4\,\vec{j}} - \cancel{3\,t\,\vec{i}} + \cancel{4\,\vec{j}}}{\Delta t} = 3\,\vec{i}$$

Azelerazioa: $\vec{a} = 3\,\vec{i}\text{ m/s}^2$.

$t = 2$ s aldiuneko azelerazioa:

$$\vec{a}(2\text{ s}) = 3\,\vec{i}\text{ m/s}^2$$

- $v(t) = 2\,t + 3$

$$a_t = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{2\,(t+\Delta t) + 3 - (2\,t + 3)}{\Delta t} = 2\text{ m/s}^2$$

Azelerazio tangentzialaren balioa: 2 m/s².

$$a_n = \frac{v^2\,(5\text{ s})}{R} = \frac{(2\cdot 5 + 3)^2\,\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{50\text{ m}} = 3{,}38\text{ m/s}^2$$

Azelerazio normalaren balioa: 3,38 m/s².

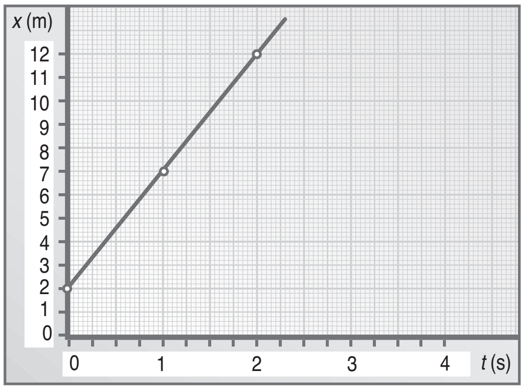
HIGIDURA ZUZEN UNIFORMEA

1. $\vec{r}_0 = 2\,\vec{i}\text{ m}$; $\vec{v} = 5\,\vec{i}\text{ m/s}$

a) Higidura zuzen uniformea.

b) $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0) = 2 \text{ m } \vec{i} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t \vec{i} = (2 + 5t) \vec{i}$

c)



2. Datuak: $x_0 = 20$ km ; $v = 80$ km/h

a) $x = x_0 + v(t - t_0) = 20 \text{ km} + 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$

$$x\,(2 \text{ h}) = 20 \text{ km} + 80 \frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}} 2 \cancel{\text{h}} = 180 \text{ km}$$

b) $260 \text{ km} = 20 \text{ km} + 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$

$$t = \frac{260 \text{ km} - 20 \text{ km}}{80 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3 \text{ h}$$

3. Datuak: $v_a = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 13{,}89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $t_{0\,a} = 0$ s ; $x_{0\,a} = 0$ m

$v_m = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 16{,}67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $t_{0\,m} = 5$ s ; $x_{0\,m} = 0$ m

$x_a = x_{0\,a} + v_a(t - t_{0\,a}) = 13{,}89\, t$

$x_m = x_{0\,m} + v_m(t - t_{0\,m}) = 16{,}67\, (t - 5)$

a) $x_a = x_m$

$$13{,}89\, t = 16{,}67\, (t - 5)$$

Hortik ondorioztatzen denez, $t = 30$ s

30 segundo pasatuta harrapatuko du, puntu honetan:

$$x_a = 13{,}89 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 30 \cancel{\text{s}} = 416{,}7 \text{ m}$$

Hau da, semaforotik 416,7 m-ra, semaforoa hartu baitugu koordenatu-sistemaren jatorritzat.

b) *a* atalean kalkulatu dugunez, motoak autoa abiatu eta 30 s-ra harrapatuko du.

4. Datuak: $v_1 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20$ m/s ; $x_{01} = 0$ m ; $t_{01} = 0$ s

$$v_2 = -108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = -30 \text{ m/s}$$

$$x_{02} = 10\,000 \text{ m};\ t_{02} = 0 \text{ s}$$

$$x_1 = x_{01} + v_1\,(t - t_{01}) = 20\, t$$

$$x_2 = x_{02} + v_2\,(t - t_{02}) = 10\,000 - 30\, t$$

Elkartzen diren unean, $x_1 = x_2$ beteko da.

$$20\, t = 10\,000 - 30\, t$$

$$50\, t = 10\,000$$

$$t = 200 \text{ s}$$

Beraz, abiatu eta 200 s-ra elkartuko dira.

Lehenengo autoaren ekuazioa erabiliz:

$$x_1 = 20 \cdot t = 20 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} 200 \cancel{\text{s}} = 4\,000 \text{ m}$$

AZELERAZIO KONSTANTEKO HIGIDURAK

5. Datuak: $v_0 = 210 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 58{,}33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $a = -1{,}5 \text{ m/s}^2$

a) Abiaduraren ekuazioa idatziko dugu, amaierako abiadura nulua dela kontuan hartuz, zeren azkenean gelditu egiten baita.

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 58{,}33 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t$$

$$t = \frac{58{,}33 \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{1{,}5 \frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^{\cancel{2}}}} = 38{,}9 \text{ s}$$

b) Gelditu arte ibilitako distantzia kalkulatuko dugu:

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 58{,}33 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 38{,}9 \cancel{\text{s}} - \frac{1}{2} 1{,}5 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} (38{,}9 \cancel{\text{s}})^2 =$$
$$= 1\,134{,}1 \text{ m}$$

Formula honen bidez ere kalkula daiteke:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{\left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(58{,}33 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{-2 \cdot 1{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} =$$
$$= 1\,134{,}1 \text{ m}$$

6. $v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $x = 225$ m

a) Amaieran lortuko duen abiadura kalkulatuko dugu:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a(x - x_0)$$

$$v^2 = \left(2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ (225\ \text{m}) = 2\,254 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$v = \sqrt{2\,254}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 47{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Higiduraren ekuazioa idatziko dugu:

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

Datuak ordeztuz:

$$225\ \text{m} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t + \frac{1}{2}\ 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t^2$$

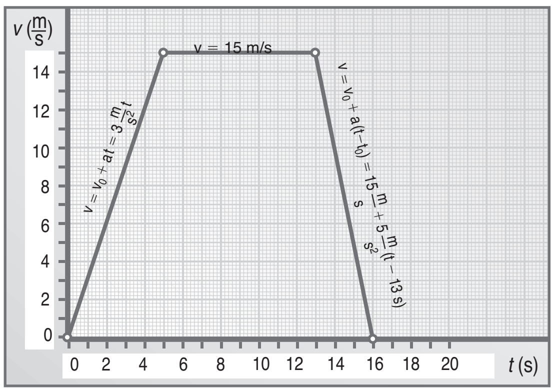
$$2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t^2 + 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t - 225\ \text{m} = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 2{,}5(-225)}}{2 \cdot 2{,}5} = \frac{-2 \pm \sqrt{2\,254}}{5}$$

$$t_1 = 9{,}1\ \text{s}\ ;\ t_2 = -9{,}9\ \text{s}$$

Soluzio negatiboa baztertuko dugu, ez duelako esanahi fisikorik. Beraz, $t = 9{,}1$ s.

7.



8. Datuak: $v_a = 80\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} = 22{,}22$ m/s ; $x_{0\,a} = 0$ m

$t_{0\,a} = 0$ s

$v_{0\,m} = 0$ m/s ; $a_m = 6$ m/s^2

$x_{0\,m} = 0$ m ; $t_{0\,m} = 5$ s

a) Lehenik, bi higikarien higidura-ekuazioak idatziko ditugu:

$$x_a = x_{0\,a} + v_a(t - t_0) = 22{,}22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t$$

$$x_m = x_{0\,m} + v_{0\,m}(t - t_0) + \frac{1}{2}\ a(t - t_0)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\ 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ (t - 5\ \text{s})^2$$

Zenbat denbora pasatu ondoren elkartu diren jakiteko, berdindu egingo ditugu bi posizioak:

$$22{,}22\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ t = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ (t - 5\ \text{s})^2 =$$

$$= 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ (t^2 - 10\ \text{s}\ t + 25\ \text{s}^2)$$

$$22{,}22\,t = 3\,t^2 - 30\,t + 75$$

$$3\,t^2 - 52{,}22\,t + 75 = 0$$

$$t = \frac{52{,}22 \pm \sqrt{(52{,}22)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 75}}{23} =$$

$$= \frac{52{,}22 \pm 42{,}74}{6}$$

$$t_1 = 15{,}82 \quad t_2 = 1{,}58\ \text{s}$$

Bigarren soluzioa baztertu egingo dugu, elkarketa 5 s baino geroago gertatu baita.

Autoaren eta motoaren elkarketa $t = 15{,}8$ s zenean gertatu da.

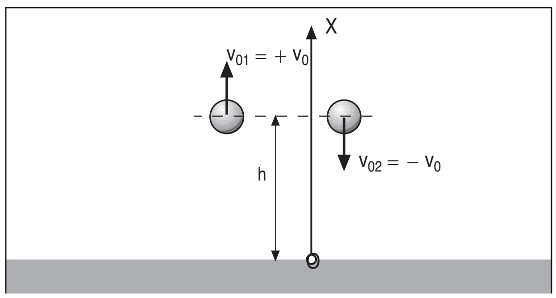
Autoa harrapatu duen unean, motoa A-tik distantzia honetara zegoen:

$$x_c = 22{,}22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ t = 22{,}22\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 15{,}82\ \cancel{\text{s}} = 351{,}7\ \text{m}$$

b) Autoa abiatu den unetik kontaturik, 15,8 s pasatu dira elkartu arte. Denbora motoa abiatu denetik kontatuz gero:

$$t = 15{,}8\ \text{s} - 5\ \text{s} = 10{,}8\ \text{s}$$

9.



Kalkulatuko dugu, lehenik, lehenengo objektua zer abiaduratan iritsiko den lurrera. Horretarako, jaurtiketa-abiadurari $v_{01} = +v_0$ deituko diogu, eta hasierako altuerari, $x_{01} = h$.

$$v_1^2 = v_{01}^2 + 2\,a(x_1 - x_{01})$$

Lurrera iristean, $x_1 = 0$.

$$v_1^2 = v_0^2 - 2\ \text{g}\ (0 - h) = v_0^2 + 2\ \text{g}\ h$$

Ondoren, lurrera iristean bigarren objektuak duen abiadura kalkulatuko dugu. Hasierako abiadura $v_{02} = -v_0$ izan da eta hasierako altuera, $x_{02} = h$.

$$v_2^2 = v_{02}^2 + 2\ a(x_2 - x_{02})$$

$$v_2^2 = (-v_0)^2 - 2\ \text{g}\ (0 - h) = v_0^2 + 2\ \text{g}\ h$$

Formuletan hasierako abiadura, v_0, karratura jasota agertzen denez, bi gorputzak abiadura berean iritsiko dira lurrera, v_0 positiboa nahiz negatiboa izan. Hala gertatzen da energiaren kontserbazioaren ondorioz.

10. Datuak: $x = 0$ m ; $x_0 = 25$ m ; $v_0 = 0$ m/s

$t_0 = 0$ s ; $a = -g = -9{,}8$ m/s^2

a) $x = x_0 + v_0\,t + \dfrac{1}{2}\,a t^2$

$$x = 0 \text{ m} = 25 \text{ m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{25\,\cancel{\text{m}} \cdot 2}{9{,}8\,\dfrac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^2}}} = 2{,}3 \text{ s}$$

b) $v = v_0 + a t$

$$v = -9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 2{,}3\,\cancel{\text{s}} = -22{,}5 \text{ m/s}$$

eta horren modulua 22,5 m/s-koa da.

11. Datuak: $x_{01} = 0$ m ; $v_{01} = 0$ m/s ; $t_{01} = 0$ s

$a = -9{,}8$ m/s^2 ; $x_{02} = 0$ m ; $v_{02} = 0$ m/s

$t_{02} = 1$ s

a) Ontzien arteko distantzia kalkulatu behar dugu, hau da, $|x_2 - x_1|$.

$$x_1 = x_{01} + v_{01}\,(t - t_{01}) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_{01})^2$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}\,9{,}8\,t^2$$

$$x_2 = x_{02} + v_{02}\,(t - t_{02}) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_{02})^2$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}\,9{,}8\,(t-1)^2 = -\frac{1}{2}\,9{,}8(t^2 - 2t + 1)$$

$$|x_2 - x_1| =$$

$$= \left|\left(\cancel{-\frac{1}{2}\,9{,}8\,t^2} + 9{,}8\,t - \frac{1}{2}\,9{,}8\right) - \left(\cancel{-\frac{1}{2}\,9{,}8\,t^2}\right)\right| =$$

$$= \left|9{,}8\left(t - \frac{1}{2}\right)\right|$$

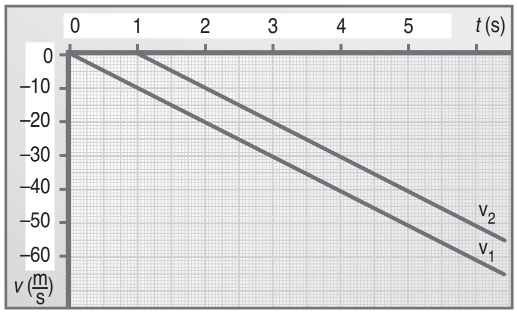
Ondoren, azken baldea erortzen utzi eta bi segundo geroago bi ontzien artean dagoen distantzia kalkulatuko dugu. Denboraren jatorritzat lehenengo baldea erortzen utzitako aldiunea aukeratu dugunez, eta bigarren ontzia hortik 1 s-era askatu dugunez, denbora hau hartu beharko dugu kontuan distantzia kalkulatzeko orduan: $t = 1$ s $+ 2$ s $= 3$ s.

$$|x_2 - x_1| = \left|9{,}8\left(3 - \frac{1}{2}\right)\right| = 24{,}5 \text{ m}$$

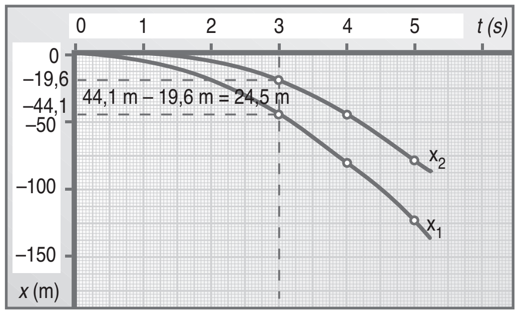
b) Bi baldeen abiadura grafikoki adieraziko dugu, denboraren arabera:

$$v_1 = v_{01} + a\,t = -\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

$$v_2 = v_{02} + a\,(t - t_{02}) = -\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(t - 1 \text{ s})$$



$x(t)$ motako grafikoari esker, bi ontzien arteko distantzia kalkulatu ahal izango dugu edozein aldiunetan, t_1.



Horretarako, t_1 puntutik pasatzen den lerro bertikal bat marraztuko dugu, eta bi higiduren grafikoekin dituen ebaketa-puntuei erreparatuko diegu, bi ebaketa-puntu horien arteko distantzia bi baldeen arteko distantzia baita t_1 aldiunean. Adibide gisa, grafikoan $t_1 = 3$ s aldiuneari dagokion kalkulua egin dugu.

12. Datuak: $x = 0$ m ; $x_0 = 1\,200$ m

$v_0 = -0{,}5$ m/s ; $a = -g = -9{,}8$ m/s^2

a) $v^2 = v_0^2 + 2\,a\,(x - x_0)$

$$v = \sqrt{\left(-0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(0 \text{ m} - 1\,200 \text{ m})} =$$

$$= 153{,}4 \text{ m/s}$$

Kanpamentura iristean, kantinploraren abiadura 153,4 m/s-koa izan da.

b) $x = x_0 + v_0\,t + \dfrac{1}{2}\,a t^2$

$$0 = 1\,200 \text{ m} - 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

$$+4{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2 + 0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - 1\,200 \text{ m} = 0$$

$$t = \frac{-0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 1\,200}}{2 \cdot 4{,}9} =$$

$$t_1 = -15{,}7 \text{ s} \; ; \; t_2 = 15{,}6 \text{ s}$$

Baztertu egingo dugu lehenengo soluzioa, denboraren balioak positiboa izan behar duelako.

Jaurti eta 15,6 s-ra iritsi da kanpamentura kantinplora.

13. *a)* Lehenengo irudia desegokia da, altuera txikiagotu egin behar baita denbora pasatu ahala; eta irudian, aldiz, altuera handiagotu egiten da.

b) Bigarren irudia ere desegokia da, gorputz baten erorketa higidura azeleratua baita, eta grafikoan irudikatutakoa higidura uniforme bat da.

c) Proposaturiko higidurari grafiko hau dagokio:

- $t = 0$ denean, altuera 100 m-koa da.
- Zenbat eta denbora gehiago pasatu, txikiagoa da altuera.
- Irudiko lerroa, parabola bat, ezaugarri hauek dituen higidura zuzen eta uniformeki azeleratu bati dagokio: da, $v_0 = 20$ m/s, $x_0 = 100$ m eta $a = -9{,}8$ m/s^2.

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) = \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$x(t) = 100 - 20\,t - \frac{1}{2}\, 9{,}8\, t^2$$

14. Datuak:

a) $x = 15$ m ; $x_0 = 0$ m ; $t_0 = 0$ s

Baloia leihoaren parean une batez geldi egon dadin, suposatuko dugu amaierako abiadurak zero izan behar duela.

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a(x - x_0)$$

$$0 = v_0^2 - 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(15\text{ m} - 0\text{ m})$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15\text{ m}} = 17{,}1\text{ m/s}$$

b) $v = v_0 + a(t - t_0)$

$$0 = 17{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

$$t = \frac{17{,}1\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{9{,}8\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^{\cancel{2}}}} = 1{,}7\text{ s}$$

15. Datuak: abiadura 9 m-ko altueran:

$$v(9\text{ m}) = 5\text{ m/s}$$

a) Datuak formula honetan ordezkatuko ditugu:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a(x - x_0)$$

$$\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = v_0^2 - 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(9\text{ m} - 0\text{ m})$$

$$v_0 = \sqrt{\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9\text{ m}} = 14{,}2\text{ m/s}$$

b) Altuera maximoko puntuan, pilotaren abiadura nulua izango da:

$$0 = v = v_0 + a\,t$$

$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{14{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}4\text{ s}$$

Emaitza idatziko dugu posizioa denboraren arabera azaltzen duen adierazpenean:

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$x = 14{,}2\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 1{,}4\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(1{,}4\,\cancel{\text{s}})^2 = 10{,}3\text{ m}$$

Pilotak 1,4 s behar ditu altuera maximora iristeko, eta altuera maximoa 10,3 m-koa da.

b ataleko emaitza honako era honetan ere kalkula daiteke:

$$v^2 = 0 = v_0^2 - 2\,g(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{\left(14{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10{,}3\text{ m}$$

c) Leihora iritsi arte pasaturiko denbora kalkulatuko dugu:

$$v = v_0 + a\,t$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 14{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}9\text{ s}$$

16. Datuak: Arkatza: $x_{0\,l} = 20$ m ; $v_{0\,l} = 0$ m/s

Klariona: $x_{0\,t} = 0$ m ; $v_{0\,t} = 10$ m/s

Arkatzaren eta klarionaren abiaduren eta posizioen ekuazioak:

$$v_a = v_{0\,a} - g\,t = -9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

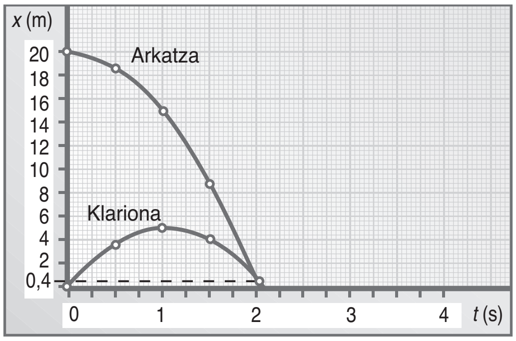
$$v_k = v_{0\,k} - g\,t = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

$$x_a = x_{0\,a} + v_{0\,a}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 20\text{ m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

$$x_k = x_{0\,k} + v_{0\,k}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

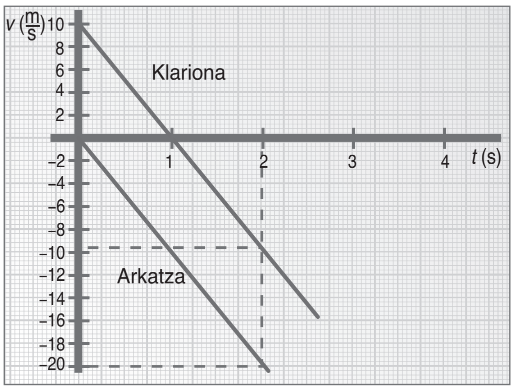
a) Posizioaren irudi grafikoa.

Arkatzaren eta klarionaren $x(t)$ motako irudi grafikoen ebaketa-puntuak datu hauek adierazten dizkigu: batetik, abzisen ardatzean, biek topo zein unetan egiten duten (2 s), eta bestetik, ordenatuen ardatzean, zer distantziatara biltzen diren (0,4 m).



Abiaduraren grafikoak.

Abiaduraren grafikoen eta t aldiuneari dagokion abszisen ardatzaren zuzen perpendikularraren arteko ebaketek aldiune horri dagozkion abiadurak adierazten dizkigute. Grafikoan $t = 2$ s aldiuneari dagokiona irudikatu da.



b) Arkatzari dagokionez:

$$x_a = x_{0\,a} + v_{0\,a}\,t - \frac{1}{2}\,gt^2 = 20\text{ m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

Klarionari dagokionez:

$$x_k = x_{0\,k} + v_{0\,k}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

Bien posizioa berdina denean ($x_k = x_a$) egingo dute topo:

$$10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \cancel{\frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2} = 20\text{ m} - \cancel{\frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2}$$

$$t = \frac{20\,\cancel{\text{m}}}{10\,\dfrac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 2\text{ s}$$

Arkatzaren posizioaren ekuazioan ordeztuz:

$$x_l = 20\text{ m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(2\,\cancel{\text{s}})^2 = 0{,}4\text{ m}$$

Beraz, lurretik 0,4 m-ra elkartuko dira.

Arkatzaren abiaduraren ekuazioan ordeztuz:

$$v_l = v_{0\,l} - g\,t =$$

$$= 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}}\cdot 2\,\cancel{\text{s}} = -19{,}6\text{ m/s}$$

Emaitza negatiboa da, arkatza erortzen ari delako.

Abiaduraren modulua: $v_a = 19{,}6$ m/s

Orain, datuak klarionaren abiaduraren ekuazioan idatziko ditugu:

$$v_k = v_{0\,k} - g\,t$$

$$v_k = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}}\,2\,\cancel{\text{s}} = -9{,}6\text{ m/s}$$

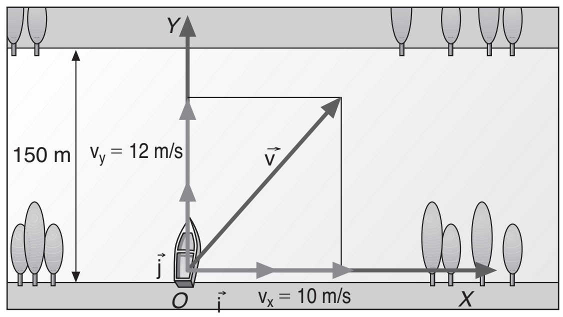
Abiadura negatiboa da, klariona erortzen ari delako, arkatza bezala.

Abiadura horren modulua: $v_k = 9{,}6$ m/s

c) Topo egin arte pasaturiko denbora kalkulatuta dago *b* atalean ($t = 2$ s).

HIGIDUREN KONPOSIZIOA

17. Datuak:



$\vec{v} = (10\,\vec{i} + 12\,\vec{j})$ m/s ; $x_0 = 0$ m ; $y_0 = 0$ m

$y = 150$ m ; $t_0 = 0$ s

a) $y = y_0 + v_y\,t$

$$150\text{ m} = 12\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t$$

$$t = \frac{150\text{ m}}{12\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 12{,}5\text{ s}$$

b) *a* atalean lorturiko denbora ordeztuz:

$$x = x_0 + v_x\,t = 10\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}}\cdot 12{,}5\,\cancel{\text{s}} = 125\text{ m}$$

$$y = 150\text{ m}$$

Distantzia lortzeko, posizio bektorearen modulua kalkulatuko dugu:

$$|\vec{r}\,| = \sqrt{x^2 + y^2} =$$

$$= \sqrt{(125\text{ m})^2 + (150\text{ m})^2} = 195{,}3\text{ m}$$