Luzera kalkulatzeko, Hooke-ren legean bakanduko dugu:

$$F = K\,x$$

$$x = \frac{F}{K} = \frac{2\ \cancel{N}}{4\ \frac{\cancel{N}}{m}} = 0{,}5\ \text{m}$$

3. Datuak: $F_1 = 10$ N ; $r_1 = 0{,}2$ m ; $\alpha_1 = 40°$
$F_2 = 15$ N ; $r_2 = 0{,}12$ m ; $\alpha_2 = 90°$

Lehenik, F_1 indarraren momentua kalkulatuko dugu; positiboa da, sortzen duen biraketak erloju-orratzen biraketaren aurkako noranzkoa duelako:

$$M_1 = F_1\,r_1 \sin\alpha_1 = 10\ \text{N} \cdot 0{,}2\ \text{m} \cdot \sin 40° = 1{,}28\ \text{N·m}$$

Ondoren, bigarren indarraren momentua kalkulatuko dugu, hori negatiboa, eragiten duen biraketak erloju-orratzen biraketaren noranzko bera duelako:

$$M_2 = -F_2\,r_2 \sin\alpha_2 =$$
$$= -15\ \text{N} \cdot 0{,}12\ \text{m} \cdot \sin 90° = -1{,}80\ \text{N·m}$$

Azkenik, momentu totala kalkulatuko dugu:

$$M = M_1 + M_2 =$$
$$= 1{,}28\ \text{N·m} - 1{,}80\ \text{N·m} = -0{,}52\ \text{N·m}$$

Momentu erresultantea negatiboa da; beraz, erloju-orratzen noranzkoaren aurkako biraketa eragingo du.

4. Datuak: $F_1 = 18$ N ; $r_1 = 0{,}4$ m ; $\alpha_1 = 40°$
$F_2 = 15$ N ; $r_2 = 0{,}4$ m ; $\alpha_2 = 30°$

Lehenik, F_1 indarrari elkartutako momentua kalkulatuko dugu; positiboa da, sortzen duen biraketak eta erlojuaren orratzenak aurkako noranzkoa dutelako:

$$M_1 = F_1\,r_1 \sin\alpha_1 = 18\ \text{N} \cdot 0{,}4\ \text{m} \cdot \sin 40° =$$
$$= 4{,}63\ \text{N·m}$$

Ondoren, F_2 indarrari elkartutako momentua kalkulatuko dugu, negatiboa dena, sortzen duten biraketak eta erloju-orratzenak noranzko bera dutelako:

$$M_2 = -F_2\,r_2 \sin\alpha_2 = -15\ \text{N} \cdot 0{,}4\ \text{m} \cdot \sin 30° =$$
$$= -3\ \text{N·m}$$

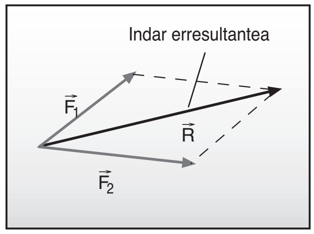
Azkenik, momentu totala kalkulatuko dugu:

$$M = M_1 + M_2 = (4{,}63 - 3)\ \text{N·m} = 1{,}63\ \text{N·m}$$

ARIKETAK ETA PROBLEMAK

1. Lehenik, eskalan marraztuko ditugu indarrak. Era horretan, bektorearen luzera zein den jakinda, badakigu zein den indarraren modulua.

Bektore erresultantea paralelogramoaren arauaren bidez kalkulatuko dugu. Indar bektore bakoitzaren muturretik beste bektorearekiko lerro paraleloa marraztu, eta bi lerroen arteko ebaketa-puntua lortuko dugu. Paralelogramoaren diagonalak bektore erresultantearen norabidea eta modulua adierazten ditu.



2. Indar baten momentua bektore bat da, eta adierazten digu zer eraginkortasun duen indar horrek biraketa-higidura bat sortzeko ardatz baten inguruan. Momentua N·m unitatetan neurtzen da.

3. Indar bikotea bi indar paraleloren sistema bat da, biak intentsitate berekoak baina aurkako noranzkokoak eta solido zurrun bati aplikatuak. Indar bikote batek solido zurrunaren biraketa eragiten du ardatz baten inguruan.

4. Baieztapena gezurra da. Gorputz bat oreka estatikoan egon dadin, baldintza hauek bete behar dira:

— Gorputzean eragiten duen indar-sistemaren indar erresultanteak nulua izan behar du.

— Gorputzean eragiten duen indar-sistemaren momentu erresultanteak nulua izan behar du.

Lehenengoa bakarrik betetzen bada, gorputzak biraketa-higidura izan dezake.

5. $30\ \text{kp} = 30\ \cancel{\text{kp}}\ \dfrac{9{,}8\ \text{N}}{1\ \cancel{\text{kp}}} = 294\ \text{N}$

$14{,}7\ \text{N} = 14{,}7\ \cancel{\text{N}}\ \dfrac{1\ \text{kp}}{9{,}8\ \cancel{\text{N}}} = 1{,}5\ \text{kp}$

6. Erantzutzeko, bi neurriak unitate berberetan adieraziko ditugu.

$$175\ \text{N} = 175\ \cancel{\text{N}}\ \frac{1\ \text{kp}}{9{,}8\ \cancel{\text{N}}} = 17{,}8\ \text{kp} < 18\ \text{kp}$$

Beraz, 18 kp-eko indarra da handiena.

7. Datuak: $K = 12\ \dfrac{\text{N}}{\text{m}}$; $l_0 = 10$ cm $= 0{,}1$ m ; $F = 2$ N

Bakanduko dugu l luzera Hooke-ren legean:

$$F = K(l - l_0)$$

$$l = \frac{F}{K} + l_0 = \frac{2\ \cancel{N}}{12\ \frac{\cancel{N}}{m}} + 0{,}1\ \text{m} = 0{,}266\ \text{m} = 26{,}6\ \text{cm}$$

8. Datuak: $l - l_0 = 20$ cm $= 0{,}2$ m ; $F = 24$ N

a) Bakanduko dugu konstante elastikoa Hooke-ren legean:

$$F = K(l - l_0)$$

$$K = \frac{F}{l - l_0} = \frac{24\ \text{N}}{0{,}2\ \text{m}} = 120\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) Hooke-ren legeaz baliatuta malgukiaren luzapena kalkulatuko dugu:

$$F = K(l - l_0)$$

$$l - l_0 = \frac{F}{K} = \frac{60\ \cancel{N}}{120\ \frac{\cancel{N}}{m}} = 0{,}5\ m = 50\ cm$$

9. *a)* Malgukiaren konstantea zuzenaren maldaren balioa da:

$$K = tg\ \alpha = \frac{\Delta F}{\Delta X} = \frac{80\ N - 0\ N}{0{,}2\ m - 0\ m} = 400\ \frac{N}{m}$$

b) Bi eratan egin dezakegu:

Grafikoaz baliatuz:

Lerro bertikal bat marraztuko dugu 18 cm-ko abszisa duen puntutik.

Ebaketa-puntuko ordenatua zein den, modulu horretako indarra aplikatu beharko dugu malgukia 18 cm luzatu dadin.

Hooke-ren legeaz baliatuz:

$$F = Kx$$

$$F = 400\ \frac{N}{\cancel{m}} \cdot 0{,}18\ \cancel{m} = 72\ N$$

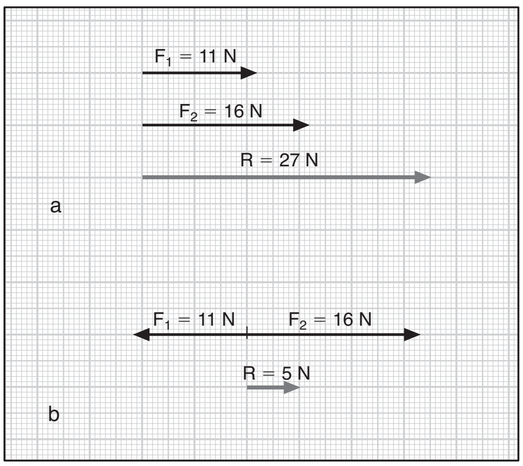
10. Datuak: $F_1 = 11\ N$; $F_2 = 16\ N$

a) Erresultantearen modulua kalkulatuko dugu:

$$R = F_1 + F_2 = 11\ N + 16\ N = 27\ N$$

b) Erresultantearen modulua kalkulatuko dugu:

$$R = F_2 - F_1 = 16\ N - 11\ N = 5\ N$$



11. Datuak: $R = 7{,}6\ N$; $F_1 = 3\ N$

Pitagoras-en teorema aplikatuz:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F_2 = \sqrt{R^2 - F_1^2} = \sqrt{(7{,}6\ N)^2 - (3\ N)^2} = 7\ N$$

12. Datuak: $R = 5\ N$; $F_1 + F_2 = 7\ N$

Beraz, $F_2 = 7\ N - F_1$

Pitagoras-en teorema aplikatuz:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

Kontuan hartuta $F_2 = 7\ N - F_1$ dela, eta $R = 5\ N$:

$$25\ N^2 = F_1^2 + (7\ N - F_1)^2$$

$$25\ N^2 = F_1^2 + 49\ N^2 + F_1^2 - 14\ N\ F_1$$

$$2\ F_1^2 - 14\ N\ F_1 + (49\ N^2 - 25\ N^2) = 0$$

Datuak ordeztuz:

$$2\ F_1^2 - 14\ N\ F_1 + (24\ N^2) = 0$$

$$F_1 = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 24}}{2 \cdot 2}$$

Bi soluzio lortu ditugu:

$$F_1 = 3\ N\ ;\ F_1' = 4\ N$$

Bietako bat aukeratu, eta F_2 kalkulatuko dugu:

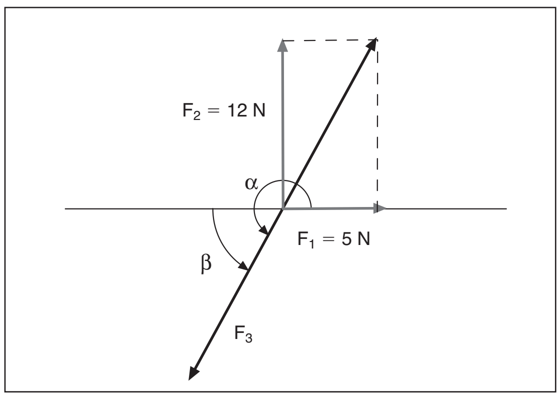
$$F_1 = 3\ N\ ;\ F_2 = 7\ N - F_1 = 7\ N - 3\ N = 4\ N$$

Beste soluzioa aukeratuz gero:

$$F_1' = 4\ N\ ;\ F_2' = 7\ N - F_1' = 3\ N$$

hots, aurreko soluzio berbera lortu dugu.

13. Datuak:



Hiru indarren sistemarako oreka-baldintza ezarriko dugu:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

X ardatza $\vec{F}_1$ indarraren norabidean aukeratuz gero:

$$\vec{F}_1 = F_{1x}\,\vec{i} = F_1\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2y}\,\vec{j} = F_2\,\vec{j}$$

$\vec{F}_3$ bakanduz oreka-baldintzan:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -F_{1x}\,\vec{i} - F_{2y}\,\vec{j}$$

Lortutako balioak ordeztuz:

$$\vec{F_3} = (-5\,\vec{i} - 12\,\vec{j})\ \text{N}$$

$\vec{F_3}$-ren modulua kalkulatuko dugu:

$$F_3 = \sqrt{(-5\ \text{N})^2 + (-12\ \text{N})^2} = 13\ \text{N}$$

Horizontalarekin eratzen duen angelua kalkulatuko dugu, β:

$$\beta = \text{arctg}\,\frac{F_{3y}}{F_{3x}} = \text{arctg}\,\frac{-12\ \cancel{\text{N}}}{-5\ \cancel{\text{N}}} = 67{,}4°$$

Ondoren, F_3 eta F_1 indarren arteko angelua kalkulatuko dugu, α:

$$\alpha = 180° - \beta = 180° - 67{,}4° = 112{,}6°$$

14. Datuak: $F_1 = 50\ \text{N}\ ;\ \alpha_1 = 20°$
$F_2 = 60\ \text{N}\ ;\ \alpha_2 = 80°$

Lehenik, indar bakoitzaren osagaiak lortuko ditugu:

$$\vec{F_1} = F_{1x}\,\vec{i} + F_{1y}\,\vec{j} =$$
$$= 50\ \text{N} \cdot \cos 20°\,\vec{i} + 50\ \text{N} \cdot \sin 20°\,\vec{j} =$$
$$= (47\,\vec{i} + 17{,}1\,\vec{j})\ \text{N}$$

$$\vec{F_2} = F_{2x}\,\vec{i} + F_{2y}\,\vec{j} =$$
$$= -\,60\ \text{N} \cdot \cos 80°\,\vec{i} + 60\ \text{N} \cdot \sin 80°\,\vec{j} =$$
$$= (10{,}4\,\vec{i} + 59{,}1\,\vec{j})\ \text{N}$$

Indar erresultantea kalkulatuko dugu:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$
$$\vec{R} = (36{,}6\,\vec{i} + 76{,}2\,\vec{j})\ \text{N}$$

Erresultantearen modulua kalkulatuko dugu:

$$R = \sqrt{36{,}6^2 + 76{,}2^2}\ \text{N} = 84{,}5\ \text{N}$$

Erresultantearen eta horizontalaren arteko angelua lortuko dugu:

$$\text{tg}\,\beta = \frac{76{,}2\ \cancel{\text{N}}}{36{,}6\ \cancel{\text{N}}}\ ;\ \beta = \text{arctg}\,\frac{76{,}2}{36{,}6} = 64{,}4°$$

15. Datuak: $F_1 = 6\ \text{N}\ ;\ F_2 = 1\ \text{N}$
$F_3 = 2{,}5\ \text{N}\ ;\ F_4 = 1{,}5\ \text{N}$

Lehenik, indar bakoitzaren osagaiak adieraziko ditugu:

$$\vec{F_1} = -6\,\vec{i}\ \text{N}$$
$$\vec{F_2} = \vec{i}\ \text{N}$$
$$\vec{F_3} = 2{,}5\,\vec{j}\ \text{N}$$
$$\vec{F_4} = -1{,}5\,\vec{j}\ \text{N}$$

Ondoren, erresultantea lortuko dugu:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} =$$
$$= (-6\,\vec{i} + \vec{i} + 2{,}5\,\vec{j} - 1{,}5\,\vec{j})\ \text{N} = (-5\,\vec{i} + \vec{j})\ \text{N}$$

Erresultantearen modulua honako hau izango da:

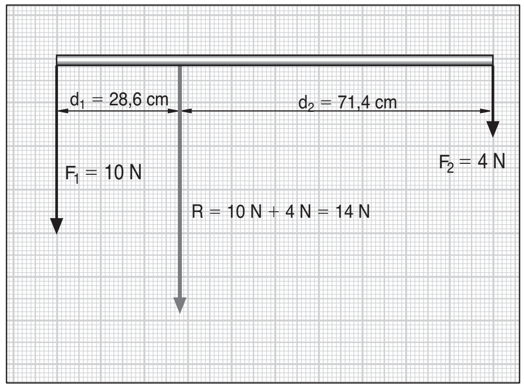
$$R = \sqrt{(-5)^2 + 1^2}\ \text{N} = 5{,}1\ \text{N}$$

F_1 indarrarekin eratzen duen angelua kalkulatuko dugu:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{1\ \cancel{\text{N}}}{5\ \cancel{\text{N}}}\ ;\ \alpha = \text{arctg}\,\frac{1}{5} = 11{,}3°$$

16. Datuak: $F_1 = 10\ \text{N}\ ;\ F_2 = 4\ \text{N}\ ;\ d_1 + d_2 = 1\ \text{m}$

a)



b) Indar erresultantearen modulua lortuko dugu:

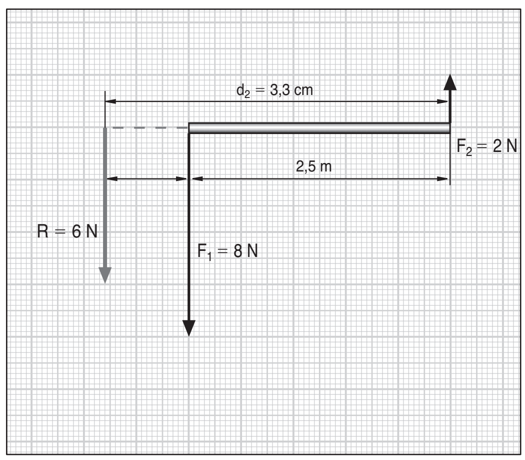
$$R = F_1 + F_2 = 10\ \text{N} + 4\ \text{N} = 14\ \text{N}$$

Aplikazio-puntua lortuko dugu:

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = 1\ \text{m} \rightarrow d_1 = 1\ \text{m} - d_2 \\ F_1\,d_1 = F_2\,d_2 \end{cases}$$
$$F_1\,(1\ \text{m} - d_2) = F_2\,d_2$$
$$F_1 \cdot 1\ \text{m} - F_1\,d_2 = F_2\,d_2$$
$$F_1 \cdot 1\ \text{m} = (F_1 + F_2)\,d_2$$
$$d_2 = \frac{1\ \text{m} \cdot F_1}{F_1 + F_2} = \frac{1\ \text{m} \cdot 10\ \cancel{\text{N}}}{10\ \cancel{\text{N}} + 4\ \cancel{\text{N}}} =$$
$$= 0{,}714\ \text{m} = 71{,}4\ \text{cm}$$
$$d_1 = 1\ \text{m} - d_2 = 1\ \text{m} - 0{,}714\ \text{m} =$$
$$= 0{,}286\ \text{m} = 28{,}6\ \text{cm}$$

17. Datuak: $F_1 = 8\ \text{N}\ ;\ F_2 = 2\ \text{N}\ ;\ d_2 - d_1 = 2{,}5\ \text{m}$

a)



b) Erresultantearen modulua kalkulatuko dugu:

$$R = F_1 - F_2 = 8\ \text{N} - 2\ \text{N} = 6\ \text{N}$$

Aplikazio-puntua kalkulatuko dugu:

$$\begin{cases} d_2 - d_1 = 2{,}5 \text{ m} \rightarrow d_2 = 2{,}5 \text{ m} + d_1 \\ F_1 d_1 = F_2 d_2 \end{cases}$$

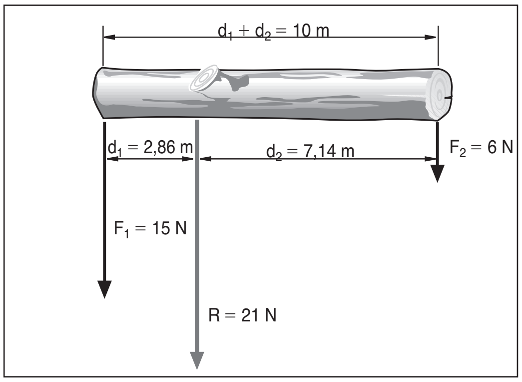
$$F_1 d_1 = F_2 (2{,}5 \text{ m} + d_1)$$

$$d_1 = \frac{F_2 \cdot 2{,}5 \text{ m}}{F_1 - F_2} = \frac{2 \text{ N} \cdot 2{,}5 \text{ m}}{8 \text{ N} - 2 \text{ N}} =$$
$$= 0{,}833 \text{ m} = 83{,}3 \text{ cm}$$

$$d_2 = d_1 + 2{,}5 \text{ cm} = 0{,}833 \text{ m} + 2{,}5 \text{ m} =$$
$$= 3{,}333 \text{ m} = 333{,}3 \text{ cm}$$

18. Datuak: $F_1 = 15$ N ; $F_2 = 6$ N

a)



Erresultantearen modulua:

$$R = F_1 + F_2 = 15 \text{ N} + 6 \text{ N} = 21 \text{ N}$$

Aplikazio-puntua lortuko dugu:

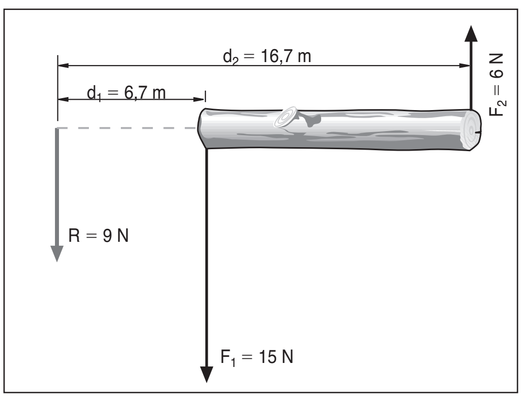
$$\begin{cases} d_1 + d_2 = 10 \text{ m} \rightarrow d_2 = 10 \text{ m} - d_1 \\ d_1 F_1 = d_2 F_2 \end{cases}$$

$$d_1 F_1 = (10 \text{ m} - d_1) F_2$$

$$d_1 = \frac{10 \text{ m} \cdot F_2}{F_1 + F_2} = \frac{10 \text{ m} \cdot 6 \text{ N}}{15 \text{ N} + 6 \text{ N}} = 2{,}86 \text{ m}$$

$$d_2 = 10 \text{ m} - 2{,}86 \text{ m} = 7{,}14 \text{ m}$$

b)



Indar erresultantearen modulua lortuko dugu:

$$R = F_1 - F_2 = 15 \text{ N} - 6 \text{ N} = 9 \text{ N}$$

Aplikazio-puntua kalkulatuko dugu:

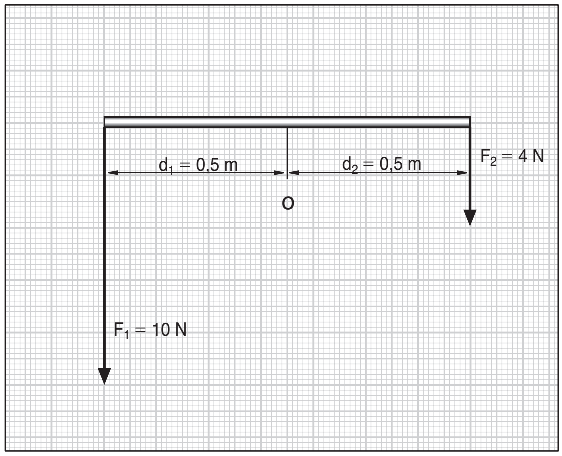
$$\begin{cases} d_2 - d_1 = 10 \text{ m} \rightarrow d_2 = 10 \text{ m} + d_1 \\ F_1 d_1 = F_2 d_2 \end{cases}$$

$$F_1 d_1 = F_2 (10 \text{ m} + d_1)$$

$$d_1 = \frac{F_2 \cdot 10 \text{ m}}{F_1 - F_2} = \frac{6 \text{ N} \cdot 10 \text{ m}}{15 \text{ N} - 6 \text{ N}} = 6{,}7 \text{ m}$$

$$d_2 = 10 \text{ m} + 6{,}7 \text{ m} = 16{,}7 \text{ m}$$

19. Datuak:



Lehenengo indarraren momentua kalkulatuko dugu:

$$M_1 = F_1 \, d_1 = 10 \text{ N} \cdot 0{,}5 \text{ m} = 5 \text{ N·m}$$

Momentua positiboa da, indarrak erloju-orratzen aurkako noranzkoan birarazten duelako barra.

Bigarren indarraren momentua kalkulatuko dugu:

$$M_2 = -F_2 \, d_2 = -4 \text{ N} \cdot 0{,}5 \text{ m} = -2 \text{ N·m}$$

Momentua negatiboa da, indarrak erloju-orratzen noranzko berean birarazten duelako barra.

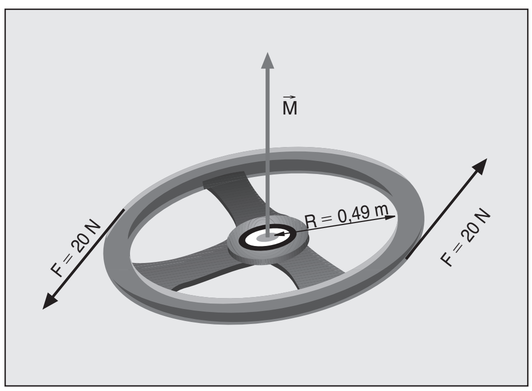
Azkenik, sistemaren momentu erresultantea lortuko dugu:

$$M = M_1 + M_2 = 5 \text{ N·m} - 2 \text{ N·m} = 3 \text{ N·m}$$

Momentu erresultantea positiboa denez, erloju-orratzen aurkako noranzkoan biratzen da barra.

20. Datuak: $R = 49$ cm $= 0{,}49$ m ; $F = 20$ N

a)



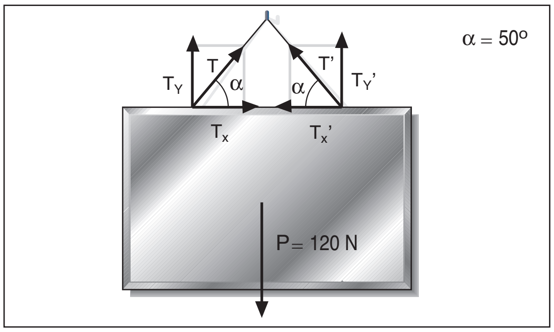
b) Bolantearen diametroa kalkulatuko dugu:

$$d = 2R = 2 \cdot 0{,}49 \text{ m} = 0{,}98 \text{ m}$$

Indar bikotearen momentuaren modulua kalkulatuko dugu:

$$M = F\,d = 20 \text{ N} \cdot 0{,}98 \text{ m} = 19{,}6 \text{ N·m}$$

21. Datuak:



Ispilua oreka estatikoan dagoenez:

$$\vec{T} + \vec{T}' + \vec{P} = 0$$

Indarrak beren bi osagaietan deskonposatuz honako hau lortuko dugu:

$$T_x\,\vec{i} + T_y\,\vec{j} - T'_x\,\vec{i} + T'_y\,\vec{j} - P\,\vec{j} = 0$$

$$(T\cos\alpha - T'\cos\alpha)\,\vec{i} +$$

$$+\,(T\sin\alpha + T'\sin\alpha - P)\,\vec{j} = 0$$

x ardatzaren norabidean:

$$T\cos\alpha - T'\cos\alpha = 0$$

Beraz: $T = T'$; hots, tentsioak berdinak dira.

y ardatzaren norabidean:

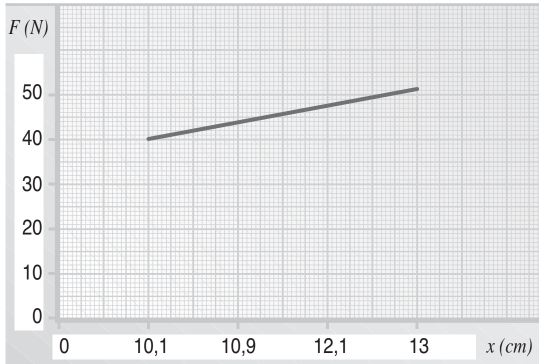
$$T\sin\alpha + T'\sin\alpha = P\ ;\ 2\,T\sin\alpha = P$$

Tentsioa bakanduz:

$$T = \frac{P}{2\sin\alpha} = \frac{120 \text{ N}}{2\sin 50°} = 78{,}3 \text{ N}$$

22. *a)* Sartuko dugu taula A1:B4 matrizean

Modulu grafikoak emaitza hau sortuko du:



b) Datuak aipatutako matrizean sartuta, formula hau idatziko dugu A3 gelaxkan:

=A1/A2

Ondoren, eramango dugu formula hori B3:D3 matrizera, eta horrela, datu pare bakoitzaren konstante elastikoa lortuko dugu:

40 N	44 N	48 N	52 N
10,1 cm	10,9cm	12,1 cm	13 cm
3,96 N/cm	4,04 N/cm	3,97 N/cm	4,00 N/cm

c) Lau emaitzen batezbestekoa lortzeko, formula hau sartu behar dugu E3 gelaxkan:

=PROMEDIO(A3:D3)

Emaitza hau lortuko dugu: 3,99 N / cm