7 Lana eta energia

ENERGIA ETA ENERGIAREN FORMAK

1. — Energia potentzial elastikoa, arkuaren beraren deformazioaren ondorioa.
   — Zentral elektrikoan ekoitzitako energia elektrikoak.
   — Eskutik merkuriora pasatu den energia termikoak, merkurioa eskua baino hotzago zegoelako.
   — Energia potentzial grabitatorioa, ohola baino gorago dagoelako.

LAN MEKANIKOA

2. Datuak: $\Delta x = 5\ \text{m}$; $F = 50\ \text{N}$

   a) $W = F\Delta x\ \cos\alpha = 50\ \text{N} \cdot 5\ \text{m} \cdot \cos 0° = 250\ \text{J}$

   b) $W = F\Delta x\ \cos\alpha = 50\ \text{N} \cdot 5\ \text{m} \cdot \cos 30° = 216{,}5\ \text{J}$

3. Datuak: $m = 20\ \text{kg}$; $\Delta x = 2{,}5\ \text{m}$; $\alpha = 30°$; $\mu = 0{,}35$

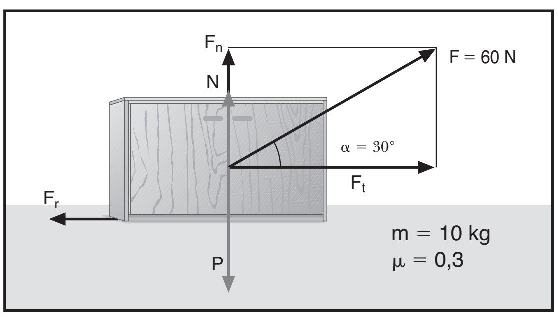
   Lehenik, marruskadura-indarraren balioa kalkulatuko dugu:

$$F_r = \mu N = \mu\, m g \cos\alpha =$$
$$= 0{,}35 \cdot 20\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 30° = 59{,}4\ \text{N}$$

   Azkenik, marruskadura-indarrak egindako lana lortuko dugu:

$$W = F_r\,\Delta x \cos\varphi =$$
$$= 59{,}4\ \text{N} \cdot 2{,}5\ \text{m} \cdot \cos 180° = -148{,}5\ \text{J}$$

4. Datuak:



Normala kalkulatuko dugu:

$$N = P - F\sin\alpha = mg - F\sin\alpha =$$
$$= 10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 60\ \text{N} \cdot \sin 30° = 68\ \text{N}$$

Indar normalak egindako lana nulua da, indar hori desplazamenduaren perpendikularra delako.

$$W_N = 0\ \text{J}$$

Gauza bera gertatzen da gorputzaren pisuarekin.

$$W_p = 0\ \text{J}$$

Marruskadura-indarra kalkulatuko dugu:

$$F_r = \mu N = 0{,}3 \cdot 68\ \text{N} = 20{,}4\ \text{N}$$

Indar horrek egindako lana kalkulatuko dugu:

$$W_{F_r} = F_r\,\Delta x\ \cos\alpha =$$
$$= 20{,}4\ \text{N} \cdot 2\ \text{m} \cdot \cos 180° = -40{,}8\ \text{J}$$

F indarrak egindako lana kalkulatuko dugu:

$$W_F = F\Delta x\ \cos\alpha = 60\ \text{N} \cdot 2\ \text{m} \cdot \cos 30° = 103{,}9\ \text{J}$$

Indar erresultantea horizontala da, eta balio hau du:

$$R = F_t - F_r$$

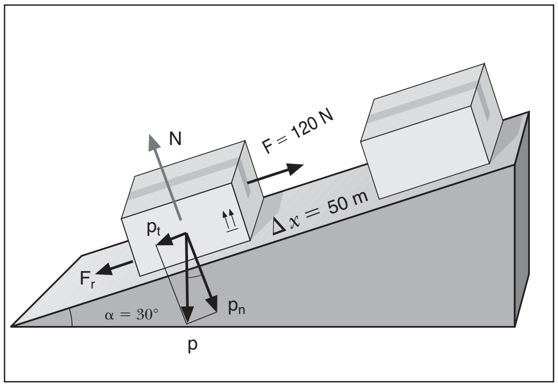
Indar erresultanteak egindako lana:

$$W_R = R\,\Delta x \cos 0° = (F\cos 30° - F_r)\,\Delta x \cos 0° =$$
$$= (60\ \text{N} \cdot \cos 30° - 20{,}4\ \text{N})\ 2\ \text{m} \cdot \cos 0° = 63{,}1\ \text{J}$$

Lan hori indar guztiek egindako lanen baturaren berdina da:

$$W_R = W_{F_r} + W_F = -40{,}8\ \text{J} + 103{,}9\ \text{J} = 63{,}1\ \text{J}$$

5. Datuak:



Lehenik F indarrak egindako lana kalkulatuko dugu:

$$W_F = F\Delta x \cos 0° = 120 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = 6\,000 \text{ J}$$

Indar normala eta berak egindako lana kalkulatuko ditugu:

$$N = P_n = mg \cos 30° =$$
$$= 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 30° = 84{,}87 \text{ N}$$
$$W_N = N\Delta x \cos 90° = 0 \text{ J}$$

Marruskadura-indarra eta indar horrek egindako lana kalkulatuko ditugu:

$$F_r = \mu\, N = 0{,}2 \cdot 84{,}87 \text{ N} = 16{,}97 \text{ N}$$
$$W_{F_r} = F_r \Delta x \cos 180° = 16{,}97 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot (-1) =$$
$$= -848{,}7 \text{ J}$$

Gorputzaren pisuak egindako lana kalkulatuko dugu:

$$W_p = mg\Delta x \cos 120° =$$
$$= 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50 \text{ m} \cdot \cos 120° = -2\,450 \text{ J}$$

Indar erresultantea eta berak egindako lana kalkulatuko ditugu:

$$R = F - P_t - F_r = F - mg \sin 30° - F_r =$$
$$= 120 \text{ N} - 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \sin 30° - 16{,}97 \text{ N} =$$
$$= 54{,}03 \text{ N}$$
$$W_R = R\Delta x \cos 0° = 54{,}03 \text{ N} \cdot 50 \text{ m} \cdot 1 = 2\,701{,}3 \text{ J}$$

6. Datuak: $x_0 = 0$ cm ; $x = 12$ cm

Indar horrek egindako lana zuzenak eta X ardatzak x_0 puntutik x puntura bitartean mugatzen duten azaleraren berdina da.

Beraz, (0, 2), (12, 2) eta (12, 7) puntuek eratzen duten triangeluaren azalera kalkulatuko dugu:

$$A_1 = \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2}\, 0{,}12 \text{ m} \cdot 5 \text{ N} = 0{,}30 \text{ J}$$

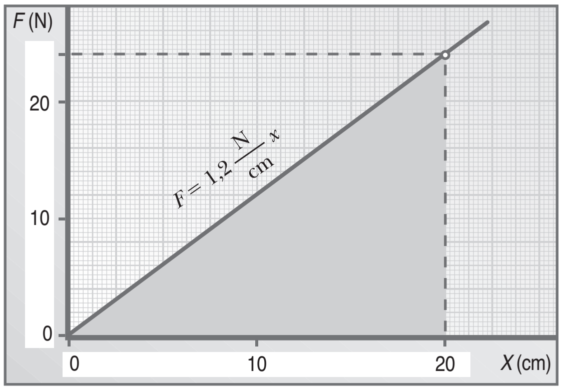
(0, 0), (12, 0), (12, 2) eta (0, 2) puntuek eratzen duten laukizuzenaren azalera kalkulatuko dugu:

$$A_2 = bh = 0{,}12 \text{ m} \cdot 2 \text{ N} = 0{,}24 \text{ J}$$

Indarrak egindako lana, azalera totalaren berdina da:

$$W = A_1 + A_2 = 0{,}30 \text{ J} + 0{,}24 \text{ J} = 0{,}54 \text{ J}$$

7. Datuak: $K = 120$ N/m ; $\Delta x = 0{,}2$ m



Grafikoak eta abzisen ardatzak mugatzen duten azalera kalkulatuko dugu:

$$W = \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2}\, 0{,}2 \text{ m} \cdot 24 \text{ N} = 2{,}4 \text{ J}$$

Malgukiak egindako lana: 2,4 J

8. Datuak: $m = 1\,200$ kg ; $v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20$ m/s

$\Delta x = 30$ cm

Indarrak egindako lana energia zinetikoaren aldakuntzaren berdina da:

$$W = Ez - Ez_0$$
$$-F\Delta x = Ez - Ez_0$$

Zeinu negatiboak adierazten du indarra higiduraren aurkako noranzkoan aplikatu dela.

$$F = -\frac{Ez - Ez_0}{\Delta x} = -\frac{0 - \frac{1}{2} mv^2}{\Delta x} =$$
$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1\,200 \text{ kg} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{30 \text{ m}} = 8\,000 \text{ N}$$

Autoa geldiarazteko, 8 000 N-eko indarra aplikatu behar izan da.

9. Datuak: $m = 10$ kg ; $v_0 = 15$ m/s ; $\mu = 0{,}2$

Marruskadura-indarrak egindako lana energia zinetikoaren aldakuntzaren berdina da; beraz:

$$-F_r \Delta x = W = Ez - Ez_0$$

$$\Delta x = \frac{Ez - Ez_0}{-F_r} = \frac{0 - \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2}{-\mu\,\cancel{m}g} = \frac{\frac{1}{2}\,v_0^2}{\mu\,g} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0{,}2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 57{,}4\ \text{m}$$

10. Datuak: $m = 15$ kg ; $h = 50$ m

a) $Ep = mgh = 15\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50\ \text{m} = 7\,350\ \text{J}$

b) Egindako lanak energia potentzialaren aldakuntzaren berdina izan behar du:

$$W = mg\,(h - h_0) =$$

$$= 15\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(80\ \text{m} - 50\ \text{m}) = 4\,410\ \text{J}$$

11. Datuak: $m = 2$ kg ; $Ep = 125$ J

Bakanduko dugu altuera energia potentzialaren definizioan:

$$Ep = mgh$$

$$h = \frac{Ep}{mg} = \frac{125\ \text{J}}{2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6{,}4\ \text{m}$$

Gorputza jasotzeko egin beharreko lana energia potentzialaren aldakuntzaren berdina da. Beraz, lana 125 J-koa da.

ENERGIA MEKANIKOAREN KONTSERBAZIOAREN PRINTZIPIOA

12. Datuak: $m = 0{,}01$ kg ; $h = 0{,}75$ m

a) Hasieran arkatzak abiadura nulua zuenez, energia zinetikoa ere nulua zen; beraz:

$$Em_A = Ez_A + Ep_A = 0 + mgh =$$

$$= 0{,}01\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}75\ \text{m} = 0{,}07\ \text{J}$$

b) Energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa aplikatuko dugu:

$$Em_A = Em_B$$

$$0 + mgh_A = \frac{1}{2}\,mv_B^2 + mgh_B$$

$$v_B = \sqrt{2g\,(h_A - h_B)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(0{,}75\ \text{m} - 0{,}25\ \text{m})} = 3{,}1\ \text{m/s}$$

c) Berriro ere aplikatuko dugu energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa, kontuan hartuta arkatza lurrera iristean haren altuera nulua zela:

$$Em_A = Em_C$$

$$0 + mgh_A = \frac{1}{2}\,mv_C^2 + 0$$

$$v_C = \sqrt{2\,g\,h_A} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}75\ \text{m}} = 3{,}8\ \text{m/s}$$

13. Datuak: $m = 5$ kg ; $l = 6$ m ; $\alpha = 30°$

a) Gorputzaren hasierako altuera kalkulatuko dugu:

$$h_A = l\,\sin 30° =$$
$$= 6\ \text{m} \cdot \sin 30° = 3\ \text{m}$$

Hasierako aldiunean gorputzak abiadura nulua zuen; beraz, energia zinetikoa ere nulua zen. Energia mekanikoa honako hau zen:

$$Em_A = Ep_A + Ez_A = mgh_A + 0 =$$

$$= 5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\ \text{m} = 147\ \text{J}$$

b) Planoaren erdiko puntuaren altuera:

$$h_B = \frac{l}{2}\,\sin\alpha = \frac{6\ \text{m}}{2}\,\sin 30° = 1{,}5\ \text{m}$$

Energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa aplikatuko dugu:

$$Em_A = Em_B$$

$$0 + mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}\,m\,v_B^2$$

$$\cancel{m}g\,(h_A - h_B) = \frac{1}{2}\,\cancel{m}v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2\,g\,(h_A - h_B)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(3\ \text{m} - 1{,}5\ \text{m})} = 5{,}4\ \text{m/s}$$

c) Berriro ere aplikatuko dugu energia mekanikoaren kontserbazioaren printzipioa, kontuan izanik $h_C = 0$ m zela.

$$Em_A = Em_C$$

$$\cancel{m}gh_A = \frac{1}{2}\,\cancel{m}v_C^2$$

$$v_C = \sqrt{2\,gh_A} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\ \text{m}} = 7{,}7\ \text{m/s}$$

POTENTZIA

14. Datuak: $W = 5\,250$ J ; $t = 2$ s

Potentzia kalkulatuko dugu:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{5\,250\ \text{J}}{2\ \text{s}} = 2\,625\ \text{W}$$

15. Datuak: 2 000 kolpe minutuko ; $W = 6$ J

Minutu batean egindako lana kalkulatuko dugu:

$$W = 2\,000 \cdot 6\ \text{J} = 12\,000\ \text{J}$$

Mailu elektrikoaren potentzia:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{12\,000\ \text{J}}{60\ \text{s}} = 200\ \text{W}$$

16. Datuak: $m = 600$ kg ; $v = 100\ \frac{\text{m}}{\text{min}} = 1,\overset{\frown}{6}\ \text{m/s}$

Lehenik, jasogailuak egin beharreko indarra kalkulatuko dugu:

$$F = mg = 600\ \text{kg} \cdot 9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5\,880\ \text{N}$$

Garaturiko potentzia:

$$P = Fv = 5\,880\ \text{N} \cdot 1,\overset{\frown}{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9\,800\ \text{W}$$

Potentzia, zaldi-potentzia unitatetan adierazita:

$$9\,800\ \text{W} = 9800\ \cancel{\text{W}}\ \frac{1\ \text{ZP}}{735,5\ \cancel{\text{W}}} = 13,3\ \text{ZP}$$

17. Datuak: $v = 0,05$ m/s ; $P = 0,25$ ZP $= 183,87$ W

Garabiak eginiko indarra $F = mg$ dela kontuan izanik, bakandu egingo dugu masa, potentziaren formulatik abiatuz:

$$P = Fv = mgv$$

$$m = \frac{P}{gv} =$$

$$= \frac{183,87\ \text{W}}{9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 375,2\ \text{kg}$$

18. Datuak: 25 m^3 ur = 25 000 kg ur

$h = 12$ m ; $P = 10$ ZP $= 7\,355$ W

Motorrak egin beharreko lana energia potentzialaren gehikuntzaren berdina da.

$$\text{W} = \Delta Ep = mgh = 25\,000\ \text{kg} \cdot 9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 12\ \text{m} =$$

$$= 2,94 \cdot 10^6\ \text{J}$$

Denbora lortzeko, potentziaren definizioan bakanduko dugu:

$$P = \frac{\text{W}}{t}$$

$$t = \frac{\text{W}}{P} = \frac{2,94 \cdot 10^6\ \text{J}}{7\,355\ \text{W}} = 400\ \text{s} = 6\ \text{min}\ 40\ \text{s}$$

19. Datuak: % 12ko inklinazioa ; $v = 3$ m/s

$m = 85$ kg ; $\mu = 0,1$

Ibilbideko 100 m-rik behin, ziklistak 12 m igotzen du.

$$\sin\alpha = \frac{12}{100} = 0,12\ ;\ \cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = 0,9928$$

Aldapan gora abiadura konstantean irauteko, indar hau egin beharko du:

$$F = P_t + F_r = mg\sin\alpha + \mu\, mg\cos\alpha$$

$$F = mg\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$F = 85\ \text{kg} \cdot 9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\ (0,12 + 0,1 \cdot 0,9928) = 182,66\ \text{N}$$

Azkenik, garaturiko potentzia kalkulatuko dugu:

$$P = Fv = 182,66\ \text{N} \cdot 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 548\ \text{W}$$

ENERGIA POTENTZIAL ELEKTROSTATIKOA

20. Datuak: $q = -3\ \mu\text{C} = -3 \cdot 10^{-6}$ C

$Q = +5\ \mu\text{C} = +5 \cdot 10^{-6}$ C ; $d = 5$ m

Energia potentziala:

$$Ep = K\frac{Qq}{d} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{5\ \text{m}} = -0,03\ \text{J}$$

21. Datuak: $Q = +1\ \mu\text{C} = 10^{-6}$ C

$q = +2\ \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6}$ C ; $Ep = 1,8$ J

Distantzia bakanduko dugu energia potentzialaren formulan:

$$Ep = K\frac{Qq}{d}$$

$$d = \frac{KQq}{Ep} =$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{1,8\ \text{J}} =$$

$$= 10^{-2}\ \text{m} = 1\ \text{cm}$$

22. Datuak: $Q = -200\ \text{nC} = -2 \cdot 10^{-7}$ C ; $d = 1,5$ m

$$V = K\frac{Q}{d} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}{1,5\ \text{m}} =$$

$$= -1\,200\ \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = -1\,200\ \text{V}$$

Energia potentziala kalkulatuko dugu:

$$Ep = Vq = -1\,200\ \frac{\text{Nm}}{\cancel{\text{C}}} \cdot -5 \cdot 10^{-7}\ \cancel{\text{C}} = 6 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

23. Datuak: $Q_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ C ; $d = 1$ m

$Q_2 = -9 \cdot 10^{-5}$ C ; $d_1 = d_2 = 0{,}5$ m

Karga bakoitzak sorturiko eremu potentzial elektrikoa kalkulatuko dugu:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{d_1} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}} \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}5\,\cancel{\mathrm{m}}} = 4{,}5 \cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

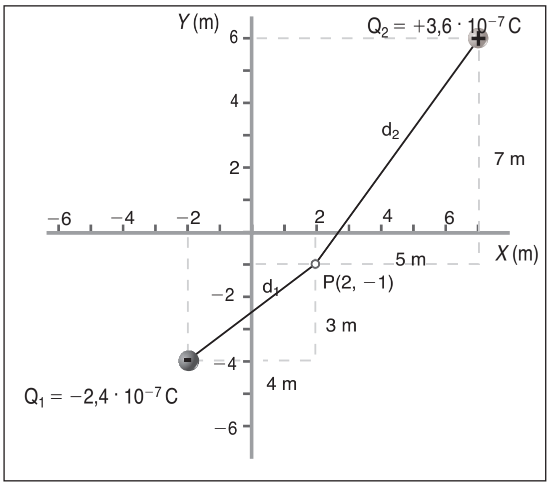
$$V_2 = K\frac{Q_2}{d_2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}} \cdot \frac{-9 \cdot 10^{-5}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}5\,\cancel{\mathrm{m}}} = -1{,}62 \cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

Potentzial elektriko totala kalkulatuko dugu:

$$V = V_1 + V_2 = 0{,}45 \cdot 10^6\ \mathrm{V} - 1{,}62 \cdot 10^6\ \mathrm{V} =$$
$$= -1{,}17 \cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

24. Datuak:



Kargetatik P punturako distantzia kalkulatuko dugu:

$$d_1 = \sqrt{(4\ \mathrm{m})^2 + (3\ \mathrm{m})^2} = 5\ \mathrm{m}$$
$$d_2 = \sqrt{(5\ \mathrm{m})^2 + (7\ \mathrm{m})^2} = 8{,}6\ \mathrm{m}$$

Karga bakoitzak sorturiko potentziala kalkulatuko dugu:

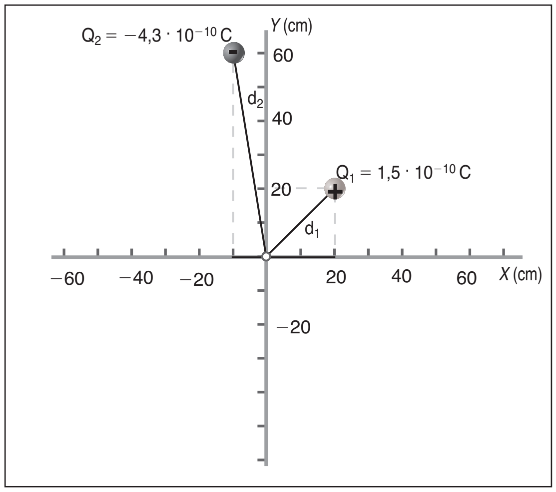
$$V_1 = K\frac{Q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\,\frac{-2{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}}{5\ \mathrm{m}} = -432\ \mathrm{V}$$

$$V_2 = K\frac{Q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\,\frac{3{,}6 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}}{8{,}6\ \mathrm{m}} = 376{,}7\ \mathrm{V}$$

Potentzial erresultantea honako hau izango da:

$$V = V_1 + V_2 = -432\ \mathrm{V} + 376{,}7\ \mathrm{V} = -55{,}3\ \mathrm{V}$$

25. Datuak:



Kargetatik P punturako distantziak kalkulatuko ditugu:

$$d_1 = \sqrt{(0{,}2\ \mathrm{m})^2 + (0{,}2\ \mathrm{m})^2} = 0{,}28\ \mathrm{m}$$
$$d_2 = \sqrt{(0{,}1\ \mathrm{m})^2 + (0{,}6\ \mathrm{m})^2} = 0{,}61\ \mathrm{m}$$

Ondoren, karga bakoitzak sorturiko potentziala kalkulatuko dugu:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}}\,\frac{1{,}5 \cdot 10^{-10}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}28\,\cancel{\mathrm{m}}} = 4{,}8\ \mathrm{V}$$

$$V_2 = K\frac{Q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}}\,\frac{-4{,}3 \cdot 10^{-10}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}61\,\cancel{\mathrm{m}}} = -6{,}4\ \mathrm{V}$$

Potentzial erresultantea honako hau da:

$$V = V_1 + V_2 = 4{,}8\ \mathrm{V} - 6{,}4\ \mathrm{V} = -1{,}6\ \mathrm{V}$$

26. Datuak: $Q_1 = 2\ \mu\mathrm{C} = 2 \cdot 10^{-6}$ C ; $d_1 = 0{,}2$ m

$Q_2 = -3\ \mu\mathrm{C} = -3 \cdot 10^{-6}$ C

$Q_3 = 4\ \mu\mathrm{C} = 4 \cdot 10^{-6}$ C ; $d_3 = 0{,}2$ m

Pitagoras-en teorema erabiliz, d_2 kalkulatuko dugu:

$$l^2 + l^2 = d_2^2$$
$$d_2 = \sqrt{2l^2} = \sqrt{2}\,l = \sqrt{2} \cdot 0{,}2\ \mathrm{m} = 0{,}3\ \mathrm{m}$$

Karga bakoitzak sorturiko potentziala kalkulatuko dugu:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}2\,\cancel{\mathrm{m}}} = 9 \cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

$$V_2 = K\frac{Q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}} \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}3\,\cancel{\mathrm{m}}} = -9 \cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

$$V_3 = K\frac{Q_3}{d_3} = 9 \cdot 10^9\,\frac{\mathrm{N \cdot m^{\cancel{2}}}}{\mathrm{C^{\cancel{2}}}} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}\,\cancel{\mathrm{C}}}{0{,}2\,\cancel{\mathrm{m}}} = 1{,}74 \cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

Azkenik, potentzial totala kalkulatuko dugu:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 =$$
$$= 9 \cdot 10^4\ \mathrm{V} - 9 \cdot 10^4\ \mathrm{V} + 1{,}74 \cdot 10^5\ \mathrm{V} = 1{,}74 \cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

27. Datuak: $Q_1 = 3\ \mu C = 3 \cdot 10^{-6}\ C$

$Q_2 = -5\ \mu C = -5 \cdot 10^{-6}\ C$

$Q_3 = 1\ \mu C = 10^{-6}\ C$

$Q_4 = -3\ \mu C = -3 \cdot 10^{-6}\ C$

$l = 0{,}3\ m$

$q = -5 \cdot 10^{-6}\ C$

a) Lau kargak *P* puntutik distantzia berera daude.

Distantzia hori, *d*, Pitagoras-en teorema aplikatuz kalkulatuko dugu:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = d^2$$

$$d = \sqrt{2\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}3\ m}{\sqrt{2}} = 0{,}21\ m$$

Karga bakoitzak sorturiko potentziala kalkulatuko dugu:

$$V_1 = K\frac{Q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}21\ m} = 1{,}28 \cdot 10^5\ V$$

$$V_2 = K\frac{Q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}21\ m} = -2{,}14 \cdot 10^5\ V$$

$$V_3 = K\frac{Q_3}{d_3} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{10^{-6}\ C}{0{,}21\ m} = 4{,}28 \cdot 10^4\ V$$

$$V_4 = K\frac{Q_4}{d_4} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}21\ m} = -1{,}28 \cdot 10^5\ V$$

Azkenik, potentzial totala kalkulatuko dugu:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 =$$
$$= 1{,}28 \cdot 10^5\ V - 2{,}14 \cdot 10^5\ V + 4{,}28 \cdot 10^4\ V - 1{,}28 \cdot 10^5\ V =$$
$$= -1{,}7 \cdot 10^5\ V$$

b) Energia potentziala:

$$Ep = Vq = -1{,}7 \cdot 10^5\ V \cdot (-5 \cdot 10^{-6}\ C) = 0{,}85\ J$$

28. Datuak: $Q = +2\ C$; $V_B - V_A = 5\ V$

Egin beharreko lana kalkulatuko dugu:

$$W_{A \to B} = Q\,(V_B - V_A) = 2\ C \cdot 5\ V = 10\ J$$

29. Datuak: $q = +5\ \mu C = +5 \cdot 10^{-6}\ C$

$Q_1 = +1\ \mu C = +1 \cdot 10^{-6}\ C$; $d_{1A} = 0{,}3\ m$

$Q_2 = +4\ \mu C = +4 \cdot 10^{-6}\ C$; $d_{2B} = 0{,}3\ m$

Pitagoras-en teorema erabiliz, $d_{1B} = d_{2A}$ distantzia kalkulatuko dugu:

$$d_{1B}^2 = 0{,}3\ m^2 + 0{,}4\ m^2 = 0{,}25\ m^2$$
$$d_{1B} = d_{2A} = \sqrt{0{,}25\ m^2} = 0{,}5\ m$$

Ondoren, *A* puntuko potentziala kalkulatuko dugu:

$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = K\frac{Q_1}{d_{1A}} + K\frac{Q_2}{d_{2A}} = K\left(\frac{Q_1}{d_{1A}} + \frac{Q_2}{d_{2A}}\right) =$$
$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}\left(\frac{10^{-6}\ C}{0{,}3\ m} + \frac{4 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}5\ m}\right) =$$
$$= 1{,}02 \cdot 10^5\ V$$

Eta *B* puntuko potentziala:

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = K\left(\frac{Q_1}{d_{1B}} + \frac{Q_2}{d_{2B}}\right) =$$
$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}\left(\frac{10^{-6}\ C}{0{,}5\ m} + \frac{4 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}3\ m}\right) =$$
$$= 1{,}38 \cdot 10^5\ V$$

Azkenik, egin beharreko lana kalkulatuko dugu:

$$W_{A \to B} = q\,(V_B - V_A) =$$
$$= 5 \cdot 10^{-6}\ C\ (1{,}38 \cdot 10^5\ V - 1{,}02 \cdot 10^5\ V) = 0{,}18\ J$$

JARDUERA ETA PROBLEMA EBATZIAK

1. Datuak: $Q_1 = +200\ p\,C = +2 \cdot 10^{-10}\ C$

$Q_2 = -100\ p\,C = -10 \cdot 10^{-10}\ C$

$d_{1A} = 0{,}8\ m$; $d_{1B} = 0{,}2\ m$

$d_{2A} = 0{,}2\ m$; $d_{2B} = 0{,}8\ m$

$q = +500\ \mu C = +5 \cdot 10^{-4}\ C$

a) *A* eta *B* puntuetako potentzialak kalkulatuko ditugu:

$$V_A = K\frac{Q_1}{d_{1A}} + K\frac{Q_2}{d_{2A}} = K\left(\frac{Q_1}{d_{1A}} + \frac{Q_2}{d_{2A}}\right) =$$
$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}\left(\frac{2 \cdot 10^{-10}\ C}{0{,}8\ m} + \frac{-10^{-10}\ C}{0{,}2\ m}\right) =$$
$$= -2{,}2\ V$$

$$V_B = K\left(\frac{Q_1}{d_{1B}} + \frac{Q_2}{d_{2B}}\right) =$$
$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}\left(\frac{2 \cdot 10^{-10}\ C}{0{,}2\ m} + \frac{-10^{-10}\ C}{0{,}8\ m}\right) = 7{,}9\ V$$

Potentzial-diferentzia kalkulatuko dugu:

$$V_B - V_A = 7{,}9\ V - (-2{,}2\ V) = 10{,}1\ V$$

b) $W_{A \to B} = q\,(V_B - V_A) =$

$= 5 \cdot 10^{-4}\ C \cdot 10{,}1\ V = 5 \cdot 10^{-3}\ J$

2. Datuak: $Q_1 = +1\ \mu C = +10^{-6}\ C$; $d_{1A} = d_{1B} = 0{,}3\ m$

$Q_2 = +2\ \mu C = +2 \cdot 10^{-6}\ C$; $d_{2B} = 0{,}3\ m$

$Q_3 = -1\ \mu C = -10^{-6}\ C$

$d_{3A} = 0{,}3\ m$

Q_2 kargatik *A* punturako distantzia, hau da, triangeluaren altuera, Pitagoras-en teoremaren bidez lortuko dugu. Triangeluaren aldeari *l* deituz:

$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2\ ;\ l^2 = \frac{l^2}{4} + h^2\ ;\ \frac{3\,l^2}{4} = h^2$$

$$h = l\sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}6\ m\sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}52\ m$$

Beraz, $d_{2A} = 0{,}52\ m$.

Gainera, distantzia hori eta d_{3B} berdinak dira.